

MATERIAŁY DYDAKTYCZNE

do zajęć z przedmiotu:

Elektroenergetyka

dla studentów kierunku

Elektrotechnika

Opracował zespół w składzie:

prof. dr hab. inż. Piotr Kacejko

dr inż. Sylwester Adamek

mgr inż. Adrian Belowski

Lublin 2025 r.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

Projekt pn. „*POLLUB zieloną transformację*” realizowany jest w ramach programu Fundusze Europejskie

dla Rozwoju Społecznego 2021-2027 współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu

Społecznego Plus zgodnie z umową nr FERS.01.05-IP.08-0049/23-00.

Spis treści

1. Przypomnienie podstawowych wiadomości z teorii obwodów – zadania obliczeniowe	2
2. Modelowanie elementów SEE	19
3. Jednostki względne	51
4. Spadki i straty napięcia	55
5. Spadki i straty napięcia w sieciach dwustronnie zasilanych	68
6. Regulacja napięcia	75
7. Straty mocy i energii	89
8. Zwarcia	102
9. Zwarcia symetryczne w sieciach rozbudowanych	118
10. Statyka	127
11. Rozpływy mocy w systemie elektroenergetycznym	135
12. Bibliografia	154
13. Załącznik 1	156

1. Przypomnienie podstawowych wiadomości z teorii obwodów – zadania obliczeniowe

Zadanie 1:

Dla jednofazowego odbiornika energii elektrycznej o mocy $P = 5 \text{ kW}$ i współczynniku mocy $\cos\varphi = 0,96$, zasilanego z instalacji domowej, wyznaczyć wartość skuteczną i zespoloną prądu płynącego przez odbiornik (I , $\underline{I}$) oraz wartości mocy biernej i pozornej odbiornika (Q , S).

Rozwiązanie

W zadaniu należy przyjąć jako napięcie zasilania wartość znamionową napięcia jednofazowej instalacji niskiego napięcia w Polsce, $U_f = 230 \text{ V}$. Przekształcając wzór na moc czynną w układzie jednofazowym, otrzymujemy zależność na wartość skuteczną prądu płynącego przez odbiornik:

$$I = \frac{P}{U_f \cos\varphi} = \frac{5 \cdot 10^3}{230 \cdot 0,96} = 22,65 \text{ A}$$

Moc pozorna i bierna:

$$S = U_f I = 230 \cdot 22,65 = 5210 \text{ VA} = 5,21 \text{ kVA}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{5,21^2 - 5^2} = 1,46 \text{ kvar}$$

Składowa czynna i bierna prądu:

$$I^{cz} = I \cos\varphi = 22,65 \cdot 0,96 = 21,74 \text{ A}$$

$$I^b = \sqrt{I^2 - I^{cz2}} = \sqrt{22,65^2 - 21,74^2} = 6,36 \text{ A}$$

Wartość zespolona prądu:

$$\underline{I} = I^{cz} \pm jI^b = (21,74 \pm j6,36) \text{ A}$$

Przy założeniu indukcyjnego charakteru odbiornika, prąd zespolony przybierze postać:

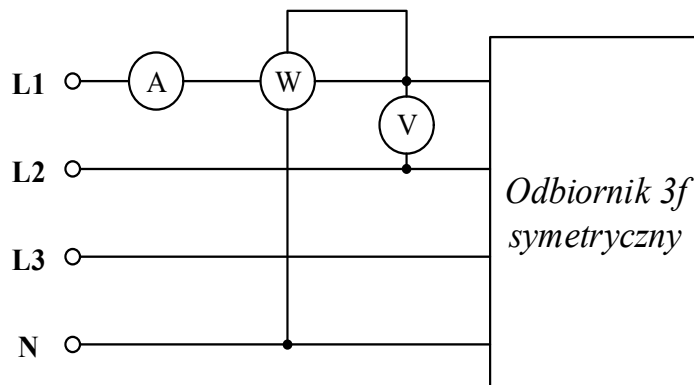
$$\underline{I} = I^{cz} - jI^b = (21,74 - j6,36) \text{ A}$$

Natomiast przy założeniu charakteru pojemnościowego odbiornika:

$$\underline{I} = I^{cz} + jI^b = (21,74 + j6,36) \text{ A}$$

Zadanie 2:

Symetryczny odbiornik trójfazowy zasilono z sieci trójfazowej w sposób pokazany na rysunku 2.1. Wskazania mierników wynoszą odpowiednio: $P_W = 2 \text{ kW}$, $U_V = 403 \text{ V}$, $I_A = 12,4 \text{ A}$. Wyznaczyć wartość współczynnika mocy odbiornika ($\cos\varphi$), jego moc bierną i pozorną (Q , S) oraz wartość zespoloną prądu płynącego przez odbiornik ($\underline{I}$).



Rys 2.1. Schemat zasilania odbiornika trójfazowego [2]

Rozwiązanie

Wielkościami mierzonymi w układzie jest moc czynna pobierana w jednej fazie ($P_W = P_{L1}$), napięcie międzyfazowe ($U_V = U$) oraz prąd fazowy ($I_A = I$). W układzie trójfazowym symetrycznym moc pobierana przez każdą fazę jest jednakowa, zatem aby uzyskać wartość mocy pobieranej przez odbiornik, wskazanie watomierza należy pomnożyć przez 3:

$$P = 3P_W = 3 \cdot 2 = 6 \text{ kW}$$

Moc pozorna i bierna:

$$S = \sqrt{3} UI = \sqrt{3} \cdot 403 \cdot 12,4 = 8655 \text{ VA} = 8,66 \text{ kVA}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{8,66^2 - 6^2} = 6,24 \text{ kvar}$$

Korzystając z trójkąta mocy, można wyznaczyć współczynnik mocy odbioru:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{6 \cdot 10^3}{8,66 \cdot 10^3} = 0,69$$

Składowa czynna i bierna prądu:

$$I^{cz} = I \cos \varphi = 12,4 \cdot 0,69 = 8,56 \text{ A}$$

$$I^b = \sqrt{I^2 - I^{cz2}} = \sqrt{12,4^2 - 8,56^2} = 8,97 \text{ A}$$

Wartość zespolona prądu:

$$\underline{I} = I^{cz} \pm jI^b = (8,56 \pm j8,97) \text{ A}$$

Przy założeniu indukcyjnego charakteru odbiornika:

$$\underline{I} = I^{cz} - jI^b = (8,56 - j8,97) \text{ A}$$

Przy założeniu pojemnościowego charakteru odbiornika:

$$\underline{I} = I^{cz} + jI^b = (8,56 + j8,97) \text{ A}$$

Zadanie 3:

Wyznaczyć prąd znamionowy (wartość skuteczną I_n oraz zespoloną $\underline{I}_n$) i prąd rozruchowy (I_r) trójfazowego silnika indukcyjnego o danych znamionowych: $P_n = 10 \text{ kW}$, $U_n = 0,4 \text{ kV}$, $\eta_n = 0,9$ (znamionowa sprawność silnika), $\cos \varphi_n = 0,93$, $k_r = 4,4$ (współczynnik rozruchu). Obliczyć moce czynną, bierną i pozorną (P , Q , S) pobierane przez silnik z sieci.

Rozwiązanie

Podstawowy wzór na moc znamionową trójfazowego silnika prądu przemiennego ma

4



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

postać:

$$P_n = \sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi_n \eta$$

Stąd prąd znamionowy silnika:

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi_n \eta} = \frac{10 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 0,4 \cdot 10^3 \cdot 0,93 \cdot 0,9} = 17,24 \text{ A}$$

Prąd rozruchowy silnika:

$$I_r = k_r I_n = 4,4 \cdot 17,24 = 75,86 \text{ A}$$

Składowa czynna i bierna prądu znamionowego:

$$I_n^{cz} = I_n \cos \varphi = 17,24 \cdot 0,93 = 16,03 \text{ A}$$

$$I_n^b = \sqrt{I_n^2 - I_n^{cz2}} = \sqrt{17,24^2 - 16,03^2} = 6,34 \text{ A}$$

Silniki elektryczne są odbiornikami o charakterze indukcyjnym, zatem wartość zespolona prądu znamionowego wyniesie:

$$\underline{I}_n = I_n^{cz} - j I_n^b = (16,03 - j6,34) \text{ A}$$

Znamionowa moc czynna P_n jest mocą mechaniczną oddawaną przez silnik. Z definicji sprawności [1] można wyznaczyć całkowitą moc czynną pobieraną przez silnik P :

$$P = \frac{P_n}{\eta} = \frac{10}{0,9} = 11,11 \text{ kW}$$

Moce pozorna i bierna pobierane przez silnik (wyznaczone z trójkąta mocy):

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{11,11}{0,93} = 11,95 \text{ kVA}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{11,95^2 - 11,11^2} = 4,40 \text{ kvar}$$

Zadanie 4:

5



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

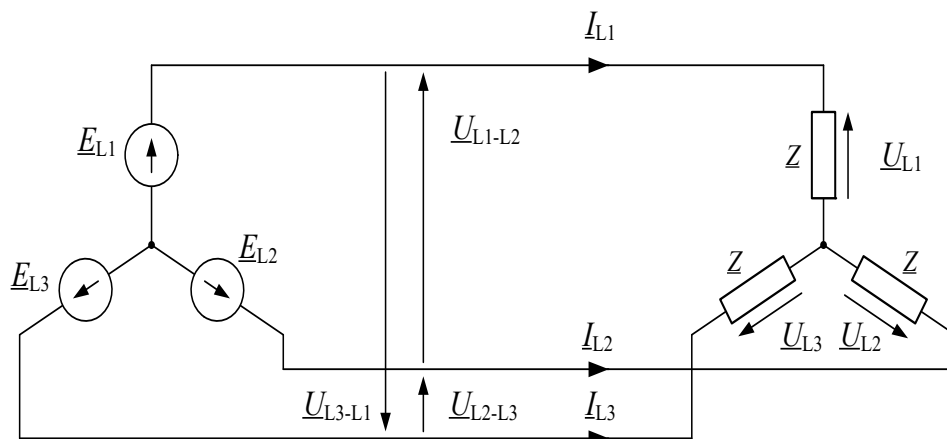
Trójfazowy symetryczny odbiornik energii elektrycznej o impedancji każdej z faz równej $\underline{Z} = (5+j5) \Omega$ zasilany jest z symetrycznego gwiazdowego źródła trójfazowego o napięciu fazy L1 równym $\underline{E}_{L1} = 230 \text{ V}$. Wyznaczyć rozływ prądów i napięcia w obwodzie, a także moce odbiornika (P , Q , S , $\underline{S}$). Narysować wykresy wskazowe napięć i prądów. Rozważyć dwa warianty:

- Odbiornik połączony w gwiazdę w układzie trójprzewodowym;
- Odbiornik połączony w trójkąt.

Porównać wyniki uzyskane dla obu wariantów.

Rozwiązanie

- W pierwszym wariancie rozważany jest układ trójfazowy trójprzewodowy gwiazda-gwiazda, którego schemat przedstawiono poniżej (rys 2.2).



Rys 2.2. Schemat układu trójfazowego trójprzewodowego gwiazda-gwiazda [2]

Przyjmując dla uproszczenia, że kąt przesunięcia fazowego napięcia źródłowego fazy L1 jest równy zeru, można wyznaczyć napięcia źródłowe w poszczególnych fazach ($\underline{E}_{L1}$, $\underline{E}_{L2}$, $\underline{E}_{L3}$):

$$\underline{E}_{L1} = 230 \cdot e^{j0^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{E}_{L2} = a^2 \cdot \underline{E}_{L1} = 230 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{E}_{L3} = a \cdot \underline{E}_{L1} = 230 \cdot e^{+j120^\circ} \text{ V}$$

Przy założeniu zerowej impedancji przewodów fazowych, wartości napięć na poszczególnych fazach odbiornika ($\underline{U}_{L1}$, $\underline{U}_{L2}$, $\underline{U}_{L3}$) są równe napięciom źródłowym ($\underline{E}_{L1}$, $\underline{E}_{L2}$, $\underline{E}_{L3}$):

$$\underline{U}_{L1} = \underline{E}_{L1}, \quad \underline{U}_{L2} = \underline{E}_{L2}, \quad \underline{U}_{L3} = \underline{E}_{L3}$$

Moduły napięć fazowych są sobie równe i wynoszą:

$$U_{L1} = U_{L2} = U_{L3} = U_f = 230 \text{ V}$$

Impedancje poszczególnych faz odbiornika:

$$\underline{Z} = (5 + j5) \Omega = 5\sqrt{2} e^{+j45^\circ} \Omega$$

Moduł impedancji:

$$Z = 5\sqrt{2} \Omega = 7,07 \Omega$$

Rezystancja i reaktancja jednej fazy odbiornika:

$$R = \operatorname{Re}(\underline{Z}) = 5 \Omega$$

$$X = \operatorname{Im}(\underline{Z}) = 5 \Omega$$

Znając napięcia fazowe oraz impedancje faz odbiornika, można wyznaczyć prądy fazowe (równe prądom przewodowym):

$$\underline{I}_{L1} = \frac{\underline{U}_{L1}}{\underline{Z}} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{5\sqrt{2} e^{+j45^\circ}} = 32,53 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L2} = \frac{\underline{U}_{L2}}{\underline{Z}} = \frac{230 e^{-j120^\circ}}{5\sqrt{2} e^{+j45^\circ}} = 32,53 \cdot e^{-j165^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L3} = \frac{\underline{U}_{L3}}{\underline{Z}} = \frac{230 e^{+j120^\circ}}{5\sqrt{2} e^{+j45^\circ}} = 32,53 \cdot e^{+j75^\circ} \text{ A}$$

Suma geometryczna prądów fazowych odbiornika symetrycznego jest równa zero:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{L1} + \underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3} &= \underline{I}_{L1} + a^2 \cdot \underline{I}_{L1} + a \cdot \underline{I}_{L1} = \underline{I}_{L1} \cdot (1 + a + a^2) = \\ &= \underline{I}_{L1} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0 \end{aligned}$$

Moduły prądów fazowych (równe modułom prądów przewodowych) są sobie równe:

$$\begin{aligned} I_{L1} &= I_{L2} = I_{L3} = I_f = 32,53 \text{ A} \\ I_p &= I_f = 32,53 \text{ A} \end{aligned}$$

Napięcia międzyfazowe:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{L1-L2} &= \underline{U}_{L1} - \underline{U}_{L2} = 230e^{j0^\circ} - 230e^{-j120^\circ} = 230 \cdot (e^{j0^\circ} - e^{-j120^\circ}) = 398,4 e^{+j30^\circ} \text{ V} \\ \underline{U}_{L2-L3} &= \underline{U}_{L2} - \underline{U}_{L3} = 230e^{-j120^\circ} - 230e^{+j120^\circ} = 230 \cdot (e^{-j120^\circ} - e^{+j120^\circ}) = \\ &= 398,4 e^{-j90^\circ} \text{ V} \\ \underline{U}_{L3-L1} &= \underline{U}_{L3} - \underline{U}_{L1} = 230e^{+j120^\circ} - 230e^{j0^\circ} = 230 \cdot (e^{+j120^\circ} - e^{j0^\circ}) = \\ &= 398,4 e^{+j150^\circ} \text{ V} \end{aligned}$$

Suma geometryczna napięć międzyfazowych:

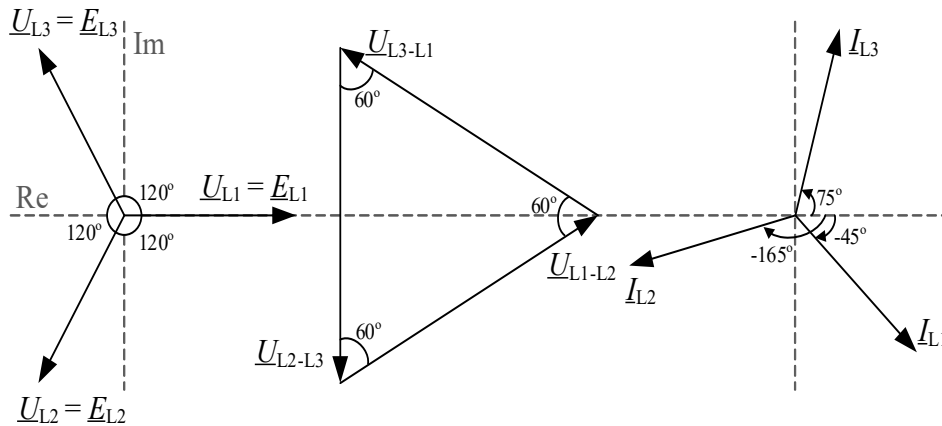
$$\begin{aligned} \underline{U}_{L1-L2} + \underline{U}_{L2-L3} + \underline{U}_{L3-L1} &= \underline{U}_{L1-L2} + a^2 \cdot \underline{U}_{L1-L2} + a \cdot \underline{U}_{L1-L2} = \\ &= \underline{U}_{L1-L2} \cdot (1 + a + a^2) = \underline{U}_{L1-L2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0 \end{aligned}$$

Moduły napięć międzyfazowych są sobie równe i wynoszą:

$$U_{L1-L2} = U_{L2-L3} = U_{L3-L1} = U_p = 398,4 \text{ V}$$

Uzyskane wyniki potwierdzają zależność pomiędzy napięciem fazowym i międzyfazowym w układzie gwiazdowym:

$$\begin{aligned} U_p &= \sqrt{3} U_f \\ 398,4 \text{ V} &= \sqrt{3} \cdot 230 \text{ V} \end{aligned}$$



Rys 2.3. Wykresy wektorowe napięć i prądów w obwodzie

Moce czynną, bierną oraz pozorną symetrycznego odbiornika trójfazowego można wyznaczyć na trzy sposoby, posługując się innymi zestawami danych.

Moc czynna pobierana w jednej fazie:

$$P_{L1} = U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = 230 \cdot 32,53 \cdot \cos 45^\circ = 5,3 \text{ kW}$$

Całkowita moc czynna odbiornika:

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 230 \cdot 32,53 \cdot \cos 45^\circ = 15,9 \text{ kW}$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_p \cdot I_p \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 398,4 \cdot 32,53 \cdot \cos 45^\circ = 15,9 \text{ kW}$$

$$P = 3 \cdot R \cdot I_f^2 = 3 \cdot 5 \cdot (32,53)^2 = 15,9 \text{ kW}$$

Moc bierna pobierana w jednej fazie:

$$Q_{L1} = U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = 230 \cdot 32,53 \cdot \sin 45^\circ = 5,3 \text{ kvar}$$

Całkowita moc bierna odbiornika:

$$Q = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 230 \cdot 32,53 \cdot \sin 45^\circ = 15,9 \text{ kvar}$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_p \cdot I_p \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 398,4 \cdot 32,53 \cdot \sin 45^\circ = 15,9 \text{ kvar}$$

$$Q = 3 \cdot X \cdot I_f^2 = 3 \cdot 5 \cdot (32,53)^2 = 15,9 \text{ kvar}$$

Moc pozorna pobierana w jednej fazie:

$$S_{L1} = U_f \cdot I_f = 230 \cdot 32,53 = 7,48 \text{ kVA}$$

Całkowita moc pozorna odbiornika:

$$S = 3 \cdot U_f \cdot I_f = 3 \cdot 230 \cdot 32,53 = 22,4 \text{ kVA}$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U_p \cdot I_p = \sqrt{3} \cdot 398,4 \cdot 32,53 = 22,4 \text{ kVA}$$

$$S = 3 \cdot Z \cdot I_f^2 = 3 \cdot 5\sqrt{2} \cdot (32,53)^2 = 22,4 \text{ kVA}$$

Moc pozorna zespolona w poszczególnych fazach:

$$\underline{S}_{L1} = \underline{U}_{L1} \cdot \underline{I}_{L1}^* = 230 e^{j0^\circ} \cdot 32,53 e^{j45^\circ} = (5,3 + j5,3) \text{ kVA}$$

$$\underline{S}_{L2} = \underline{U}_{L2} \cdot \underline{I}_{L2}^* = 230 e^{-j120^\circ} \cdot 32,53 e^{j165^\circ} = (5,3 + j5,3) \text{ kVA}$$

$$\underline{S}_{L3} = \underline{U}_{L3} \cdot \underline{I}_{L3}^* = 230 e^{j120^\circ} \cdot 32,53 e^{-j75^\circ} = (5,3 + j5,3) \text{ kVA}$$

Całkowita moc pozorna zespolona odbiornika:

$$\underline{S} = \underline{S}_{L1} + \underline{S}_{L2} + \underline{S}_{L3} = 3 \cdot \underline{S}_{L1} = 3 \cdot \underline{U}_{L1} \cdot \underline{I}_{L1}^* = 3 \cdot (230 e^{j0^\circ} \cdot 32,53 e^{j45^\circ}) = (15,9 + j15,9) \text{ kVA}$$

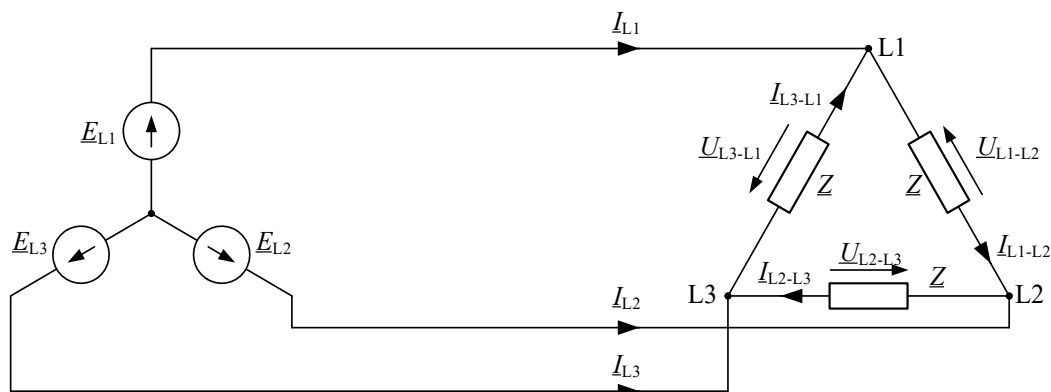
Moc czynną, bierną i pozorną można zatem wyznaczyć także jako:

$$P = \text{Re}(\underline{S}) = 15,9 \text{ kW}$$

$$Q = \text{Im}(\underline{S}) = 15,9 \text{ kvar}$$

$$S = |\underline{S}| = 22,4 \text{ kVA}$$

- b)** W drugim wariancie do symetrycznego źródła gwiazdowego dołączono odbiornik w układzie trójkąta. Sytuację tę schematycznie przedstawiono na rysunku poniżej (rys.2.4).



Rys 2.4. Schemat układu trójfazowego gwiazda-trójkąt [2]

Przy zerowej impedancji przewodów fazowych napięcia fazowe na zaciskach odbiornika równe są międzyfazowym napięciom źródłowym:

$$\underline{U}_{L1-L2} = \underline{E}_{L1-L2} = \underline{U}_{L1} - \underline{U}_{L2} = 230e^{j0^\circ} - 230e^{-j120^\circ} = 398,4 e^{+j30^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{L2-L3} = \underline{E}_{L2-L3} = \underline{U}_{L2} - \underline{U}_{L3} = 230e^{-j120^\circ} - 230e^{+j120^\circ} = 398,4 e^{-j90^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{L3-L1} = \underline{E}_{L3-L1} = \underline{U}_{L3} - \underline{U}_{L1} = 230e^{+j120^\circ} - 230e^{j0^\circ} = 398,4 e^{+j150^\circ} \text{ V}$$

Prądy fazowe:

$$\underline{I}_{L1-L2} = \frac{\underline{U}_{L1-L2}}{\underline{Z}} = \frac{398,4 \cdot e^{j30^\circ}}{5\sqrt{2} \cdot e^{+j45^\circ}} = 56,34 e^{-j15^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L2-L3} = \frac{\underline{U}_{L2-L3}}{\underline{Z}} = \frac{398,4 \cdot e^{-j90^\circ}}{5\sqrt{2} \cdot e^{+j45^\circ}} = 56,34 e^{-j135^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L3-L1} = \frac{\underline{U}_{L3-L1}}{\underline{Z}} = \frac{398,4 \cdot e^{+j150^\circ}}{5\sqrt{2} \cdot e^{+j45^\circ}} = 56,34 e^{+j105^\circ} \text{ A}$$

Moduły prądów fazowych są sobie równe i wynoszą:

$$I_{L1-L2} = I_{L2-L3} = I_{L3-L1} = I_f = 56,34 \text{ A}$$

Prądy przewodowe wyznaczone z I prawa Kirchhoffa:

$$\underline{I}_{L1} = \underline{I}_{L1-L2} - \underline{I}_{L3-L1} = 56,34 e^{-j15^\circ} - 56,34 e^{+j105^\circ} = 97,58 e^{-j45^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L2} = \underline{I}_{L2-L3} - \underline{I}_{L1-L2} = 56,34 e^{-j135^\circ} - 56,34 e^{-j15^\circ} = 97,58 e^{-j165^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{L3} = \underline{I}_{L3-L1} - \underline{I}_{L2-L3} = 56,34 e^{+j105^\circ} - 56,34 e^{-j135^\circ} = 97,58 e^{+j75^\circ} \text{ A}$$

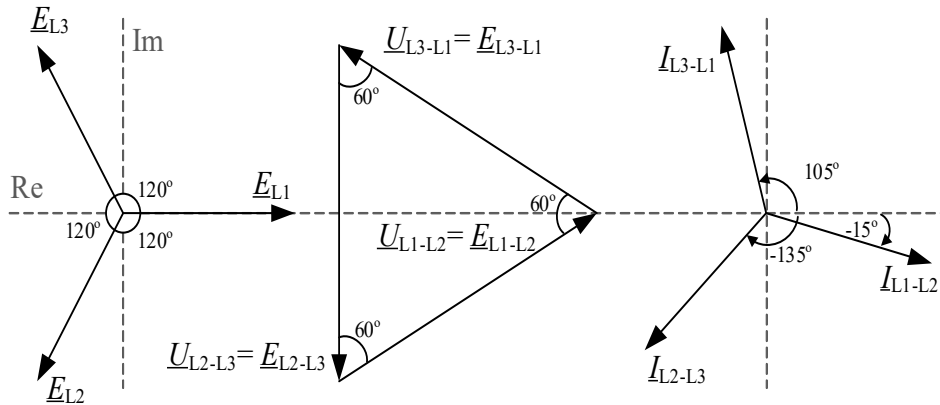
Moduły prądów przewodowych są sobie równe i wynoszą:

$$I_{L1} = I_{L2} = I_{L3} = I_p = 97,58 \text{ A}$$

Uzyskane wyniki prądów są zgodne z zależnością pomiędzy prądem fazowym I_f a prądem przewodowym I_p w układzie trójkąta:

$$I_p = \sqrt{3} \cdot I_f$$

$$97,58 \text{ A} = \sqrt{3} \cdot 56,34 \text{ A}$$



Rys 2.5. Wykresy wektorowe napięć i prądów w obwodzie [2]

Moce odbiornika w układzie trójkąta wyznacza się w jednakowy sposób jak w przypadku układu gwiazdy.

Moc czynna pobierana w jednej fazie:

$$P_{L1-L2} = U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = 398,4 \cdot 56,34 \cdot \cos 45^\circ = 15,87 \text{ kW}$$

Całkowita moc czynna odbiornika:

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 398,4 \cdot 56,34 \cdot \cos 45^\circ = 47,6 \text{ kW}$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_p \cdot I_p \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 398,4 \cdot 97,58 \cdot \cos 45^\circ = 47,6 \text{ kW}$$

$$P = 3 \cdot R \cdot I_f^2 = 3 \cdot 5 \cdot (56,34)^2 = 47,6 \text{ kW}$$

Moc bierna pobierana w jednej fazie:

$$Q_{L1-L2} = U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = 398,4 \cdot 56,34 \cdot \sin 45^\circ = 15,87 \text{ kvar}$$

Całkowita moc bierna odbiornika:

$$Q = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 398,4 \cdot 56,34 \cdot \sin 45^\circ = 47,6 \text{ kvar}$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_p \cdot I_p \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 398,4 \cdot 97,58 \cdot \sin 45^\circ = 47,6 \text{ kvar}$$

$$Q = 3 \cdot X \cdot I_f^2 = 3 \cdot 5 \cdot (56,34)^2 = 47,6 \text{ kvar}$$

Moc pozorna pobierana w jednej fazie:

$$S_{L1-L2} = U_f \cdot I_f = 398,4 \cdot 56,34 = 22,45 \text{ kVA}$$

Całkowita moc pozorna odbiornika:

$$S = 3 \cdot U_f \cdot I_f = 3 \cdot 398,4 \cdot 56,34 = 67,3 \text{ kVA}$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U_p \cdot I_p = \sqrt{3} \cdot 398,4 \cdot 97,58 = 67,3 \text{ kVA}$$

$$S = 3 \cdot Z \cdot I_f^2 = 3 \cdot 5\sqrt{2} \cdot (56,34)^2 = 67,3 \text{ kVA}$$

Moc pozorna zespolona w poszczególnych fazach odbiornika:

$$\underline{S}_{L1-L2} = \underline{U}_{L1-L2} \cdot \underline{I}_{L1-L2}^* = 398,4 \cdot e^{+j30^\circ} \cdot 56,43 \cdot e^{+j15^\circ} = (15,9 + j15,9) \text{ kVA}$$

$$\underline{S}_{L2-L3} = \underline{U}_{L2-L3} \cdot \underline{I}_{L2-L3}^* = 398,4 \cdot e^{-j90^\circ} \cdot 56,43 \cdot e^{+j135^\circ} = (15,9 + j15,9) \text{ kVA}$$

$$\underline{S}_{L3-L1} = \underline{U}_{L3-L1} \cdot \underline{I}_{L3-L1}^* = 398,4 \cdot e^{+j150^\circ} \cdot 56,43 \cdot e^{-j105^\circ} = (15,9 + j15,9) \text{ kVA}$$

Całkowita moc pozorna zespolona odbiornika:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{S}_{L1-L2} + \underline{S}_{L2-L3} + \underline{S}_{L3-L1} = 3 \cdot \underline{S}_{L1-L2} = 3 \cdot \underline{U}_{L1-L2} \cdot \underline{I}_{L1-L2}^* = \\ &= 3 \cdot (398,4 \cdot e^{+j30^\circ} \cdot 56,43 \cdot e^{+j15^\circ}) \approx (47,6 + j47,6) \text{ kVA} \end{aligned}$$

Moc czynną, bierną i pozorną można zatem wyznaczyć także jako:

$$P = \text{Re}(\underline{S}) = 47,6 \text{ kW}$$

$$Q = \text{Im}(\underline{S}) = 47,6 \text{ kvar}$$

$$S = |\underline{S}| = 67,3 \text{ kVA}$$

Wyniki otrzymane w dwóch wariantach można porównać, wyznaczając zależności pomiędzy modułami prądów i napięć oraz pomiędzy mocami w układzie symetrycznym gwiazdy i trójkąta.

Napięcia na zaciskach odbiornika (napięcia fazowe):

$$\frac{U_{L1-L2\Delta}}{U_{L1Y}} = \frac{U_{f\Delta}}{U_{fY}} = \frac{398,4}{230} = 1,73 \approx \sqrt{3}$$

Prądy płynące przez odbiornik (prądy fazowe):

$$\frac{I_{L1-L2\Delta}}{I_{L1Y}} = \frac{I_{f\Delta}}{I_{fY}} = \frac{56,34}{32,53} = 1,73 \approx \sqrt{3}$$

Moce czynne, bierne i pozorne odbiornika:

$$\frac{P_{\Delta}}{P_Y} = \frac{47,6}{15,9} \approx 3$$

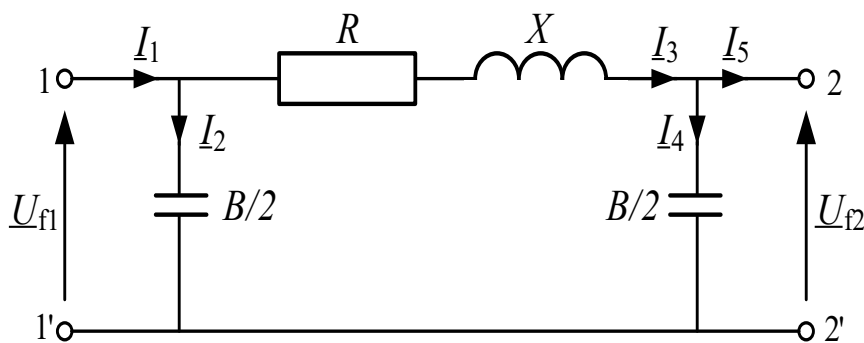
$$\frac{Q_{\Delta}}{Q_Y} = \frac{47,6}{15,9} \approx 3$$

$$\frac{S_{\Delta}}{S_Y} = \frac{67,3}{22,4} \approx 3$$

Zadanie 5:

W trójfazowym układzie symetrycznym obciążenie każdej z faz stanowi czwórnik o parametrach: $R = 2,8 \Omega$, $X = 35 \Omega$, $B/2 = 173 \mu S$ pokazany na schemacie (rys. 2.6.). Wyznaczyć rozpyływ prądów, napięcia oraz moce (czynną, bierną, pozorną) pobierane przez odbiornik. Rozważyć dwa przypadki:

- Zaciski 2-2' czwornika są rozwarte, przyjąć napięcie $U_{f2} = 242 \text{ kV}$;
- Do zacisków 2-2' czwornika dołączono dodatkowy odbiornik o mocy 300 MW, przy $\text{tg}\varphi = 0,2$ (ind), przyjąć napięcie $U_{f2} = 242 \text{ kV}$.



Rys 2.6. Schemat zastępczy jednofazowy odbiornika trójfazowego

Rozwiązanie

14



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

Czwórnik rozważany w zadaniu odpowiada schematowi zastępczemu trójfazowej linii elektroenergetycznej (z pominięciem konduktancji w gałęzi poprzecznej), a wartość napięcia fazowego sugeruje, że jest to model linii o napięciu znamionowym (przewodowym) 400 kV. Rozwiązanie zadania prezentuje zatem sposób wyznaczania wielkości elektrycznych (prądów, napięć, mocy) w linii elektroenergetycznej w stanie jałowym (podpunkt a) oraz pod obciążeniem (podpunkt b).

Obliczanie układów trójfazowych można w pewnych przypadkach sprowadzić do obliczeń jednofazowych. Przy założeniu symetrii obciążenia oraz symetrii elementu (jednakowe usytuowanie elementów odbiornika względem siebie oraz względem ziemi) można dowiedzieć, że każda z faz pracuje niezależnie oraz wartości skuteczne prądów i napięć są jednakowe. Z tego względu przy obliczaniu symetrycznego układu trójfazowego można posługiwać się zastępczym obwodem jednofazowym, który przenosić będzie moc równą 1/3 mocy całkowitego obciążenia. Szersze wyjaśnienia dotyczące tego tematu, stanowiącego zarazem wstęp do tematyki schematów zastępczych elementów systemu elektroenergetycznego, można znaleźć w [3].

W zadaniu posłużono się zastępczym obwodem jednofazowym rozważanego odbiornika trójfazowego pokazanym na rysunku (rys 2.6). Dla danego obwodu, korzystając z praw Kirchhoffa, można zapisać następujące równania:

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0$$

$$\underline{I}_3 - \underline{I}_4 - \underline{I}_5 = 0$$

$$\underline{U}_{f1} = \underline{U}_{f2} + \underline{U}_R + \underline{U}_X$$

- a) W pierwszym wariancie zaciski 2-2' są rozwarte, zatem $\underline{I}_5 = 0$. Korzystając z praw Kirchhoffa oraz prawa Ohma, otrzymujemy rozptyw prądów i rozkład napięć w obwodzie:

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_4 = \underline{U}_{f2} \cdot j \frac{B}{2} = 242 \cdot 10^3 \cdot j173 \cdot 10^{-6} = j41,87 \text{ A}$$

$$\underline{U}_R = \underline{I}_3 \cdot R = j41,87 \cdot 2,8 = j117,2 \text{ V} = j0,117 \text{ kV}$$

$$\underline{U}_X = \underline{I}_3 \cdot X = j41,87 \cdot j35 = -1,465 \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{f1} = \underline{U}_{f2} + \underline{U}_R + \underline{U}_X = 242 + j0,117 - 1,465 = (240,535 + j0,117) \text{ kV}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_{f1} \cdot j \frac{B}{2} = (240,535 + j0,117) \cdot 10^3 \cdot j173 \cdot 10^{-6} = (-0,02 + j41,61) \text{ A}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = (-0,02 + j41,61) + j41,87 = (-0,02 + j83,48) \text{ A}$$

Całkowite moce pobierane przez odbiornik trójfazowy:

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{U}_{f1} \underline{I}_1^* = 3 \cdot (240,535 + j0,117) \cdot 10^3 \cdot (-0,02 - j83,48)$$

$$\underline{S} = (0,015 - j60,240) \text{ MVA}$$

$$P = \text{Re}(\underline{S}) = 0,015 \text{ MW}$$

$$Q = \text{Im}(\underline{S}) = 60,240 \text{ Mvar}$$

- b)** Sytuację opisaną w drugim wariancie można odwzorować, dołączając do zacisków 2-2' czwórnika w każdej fazie dodatkowe obciążenie stanowiące 1/3 obciążenia całkowitego, czyli $P = 1/3 P_c = 100 \text{ MW}$.

Kąt fazowy pomiędzy prądem a napięciem oraz współczynnik $\cos \varphi$:

$$\varphi = \arctg(0,2) = 11,309^\circ$$

$$\cos \varphi = \cos(11,309^\circ) = 0,981$$

Prąd płynący przez dodatkowe obciążenie w każdej fazie:

$$I_5 = \frac{P}{U_2 \cdot \cos \varphi} = \frac{100 \cdot 10^6}{230 \cdot 10^3 \cdot 0,981} = 443,2 \text{ A}$$

$$\underline{I}_5 = I_5 e^{-j\varphi} = 443,2 \cdot e^{-j11,309^\circ} = (434,60 - j86,91) \text{ A}$$

Rozpływ prądów i rozkład napięć:

$$\underline{I}_5 = (434,60 - j86,91) \text{ A}$$

$$\underline{I}_4 = \underline{U}_{f2} \cdot j \frac{B}{2} = 230 \cdot 10^3 \cdot j173 \cdot 10^{-6} = j39,79 \text{ A}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_4 + \underline{I}_5 = j39,79 + (434,60 - j86,91) = (434,60 - j47,12) \text{ A}$$

$$\underline{U}_R = \underline{I}_3 \cdot R = (434,60 - j47,12) \cdot 2,8 = (1,217 - j0,132) \text{ kV}$$

$$\underline{U}_X = \underline{I}_3 \cdot X = (434,60 - j47,12) \cdot j35 = (1,649 + j15,211) \text{ kV}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{f1} &= \underline{U}_{f2} + \underline{U}_R + \underline{U}_X = 230 + (1,217 - j0,132) + (1,649 + j15,211) = \\ &= (232,866 + j15,079) \text{ kV} \end{aligned}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_{f1} \cdot j \frac{B}{2} = (232,866 + j15,079) \cdot 10^3 \cdot j173 \cdot 10^{-6} = (-2,61 + j40,29) \text{ A}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = (-2,61 + j40,29) + (434,60 - j47,12) = (431,99 - j6,83) \text{ A}$$

Całkowite moce pobierane przez odbiornik trójfazowy:

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{U}_{f1} \underline{I}_1^* = 3 \cdot (232,866 + j15,079) \cdot 10^3 \cdot (431,99 + j6,83) \text{ MVA}$$

$$\underline{S} = (301,478 + j24,313) \text{ MVA}$$

$$P = \text{Re}(\underline{S}) = 301,478 \text{ MW}$$

$$Q = \text{Im}(\underline{S}) = 24,313 \text{ Mvar}$$

Zadanie 6:

Na cieku wodnym zbudowano spiętrzenie o wysokości 3 m, a przepływ wody umożliwia uzyskanie przełyku turbiny na poziomie 2 m³. Ile wynosi spodziewana wartość mocy turbiny?

Rozwiązanie

Korzystając ze wzoru $P_T = 9,81 \cdot Q_T \cdot H_u \cdot \eta_e$ otrzymuje się:

$$P_T = 9,81 \cdot Q_T \cdot H_u \cdot \eta_e = 9,81 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0,9 \approx 50 \text{ kW}$$

Jest to niewielka moc, ale przy rocznym czasie pracy na poziomie 7000 godzin pozwala na uzyskanie 370 MWh energii elektrycznej, co odpowiada farmie fotowoltaicznej o mocy 400 kW.

Na drugim biegunie obiektów hydroenergetycznych można przytoczyć mało znany przykład z Afryki. Wodospady Inga na rzece Kongo to swoisty fenomen natury. Rzeką

Kongo zasilana obficie wodą z deszczy równikowych płynie stosunkowo łagodnym nurtem przez tereny Demokratycznej Republiki Kongo. Jej średni przepływ wynosi 42500 m³/s co jest wielkością ponad 40 razy większą od przepływu Wisły (w Warszawie). Energetyczny fenomen o nazwie Inga polega na tym, że niedaleko od ujścia rzeki Kongo do Atlantyku jej koryto na dystansie 14 km obniża się stopniowo o 96 metrów skręcając równocześnie o 90° z północy na zachód. Tak więc nie mamy tu do czynienia z klasycznym wodospadem na uskoku skalnym (jak wodospady Niagara), tylko z krótkotrwałym przeobrażeniem potężnej, choć spokojnej rzeki w górską kipieli, która po kilkunastu kilometrach znów uspokaja bieg. Z elementarnego wzoru, potencjał hydroenergetyczny tego „zjawiska” można oszacować jako:

$$P_H = 9,81 \cdot H \cdot V = 9,81 \cdot 96 \cdot 42500 \approx 40000000 \text{ kW} = 40 \text{ GW}$$

Zadanie 7:

Turbina wiatrowa o długości łopaty wynoszącej 50 m pracuje przy prędkości wiatru wynoszącej 6,5 m/s (typowa wartość dla terenów w centrum Polski). Należy określić moc turbiny dla tych warunków oraz po wzroście prędkości wiatru do 12 m/s.

Rozwiązanie

Korzystając ze wzoru $P_{\max} = \frac{2\pi}{27} D^2 \rho v^3$ otrzymuje się:

$$\rightarrow \text{dla } 6,5 \text{ m/s } P_{\max} = \frac{2\pi}{27} D^2 \rho v^3 = \frac{2\pi}{27} \cdot 100^2 \cdot 1,3 \cdot 6,5^3 = 0,83 \text{ MW}$$

$$\rightarrow \text{dla } 12 \text{ m/s } P_{\max} = \frac{2\pi}{27} D^2 \rho v^3 = \frac{2\pi}{27} \cdot 100^2 \cdot 1,3 \cdot 12^3 = 5,2 \text{ MW}$$

Jak można zauważyć prędkość wiatru ma zasadnicze znaczenie dla mocy turbiny wiatrowej. Rozpatrując niewielki (jak się wydaje) wzrost prędkości wiatru do 7 m/s otrzyma się wzrost mocy turbiny do 1,04 MW.

2. Modelowanie elementów SEE

Zadanie 1:

Wyznaczyć parametry (R_T , X_T , B_T , G_T) schematu zastępczego transformatora dwuuzwojeniowego o następujących danych:

$$S_{nT} = 100 \text{ kVA}, \quad g = \frac{15,75}{0,42} \text{ kV/kV}, \quad \Delta u_{z\%} = 4,5\%, \quad \Delta P_{Cu\%} = 1,75\%,$$

$$\Delta P_{Fe\%} = 0,145\%, \quad I_{0\%} = 1,5\%, \quad \text{grupa połączeń: Dyn5}$$

Obliczenia wykonać na poziomie napięcia górnego, a potem przeliczyć poszczególne wielkości na poziom napięcia dolnego.

Rozwiązanie

$$R_T = \frac{\Delta P_{Cu\%} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{1,75 \cdot (15,75 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 100 \cdot 10^3} = 43,41 \, \Omega$$

$$\Delta u_{x\%} = \sqrt{\Delta u_{z\%}^2 - \Delta P_{Cu\%}^2} = \sqrt{4,5^2 - 1,75^2} = 4,15\%$$

$$X_T = \frac{\Delta u_{x\%} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{4,15 \cdot (15,75 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 100 \cdot 10^3} = 102,85 \, \Omega$$

$$G_T = \frac{\Delta P_{Fe\%} \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{0,145 \cdot 100 \cdot 10^3}{100 \cdot (15,75 \cdot 10^3)^2} = 0,585 \, \mu\text{S}$$

$$Y_T = \frac{I_{0\%} \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{1,5 \cdot 100 \cdot 10^3}{100 \cdot (15,75 \cdot 10^3)^2} = 6,047 \, \mu\text{S}$$

$$B_T = \sqrt{Y_T^2 - G_T^2} = \sqrt{(6,047)^2 - (0,585)^2} = 6,019 \, \mu\text{S}$$

Przeliczenie na poziom napięcia dolnego:

$$R_{T(0,4)} = R_{T(15)} \cdot \left(\frac{0,42 \cdot 10^3}{15,75 \cdot 10^3} \right)^2 = 0,031 \Omega$$

$$X_{T(0,4)} = X_{T(15)} \cdot \left(\frac{0,42 \cdot 10^3}{15,75 \cdot 10^3} \right)^2 = 0,073 \Omega$$

$$G_{T(0,4)} = G_{T(15)} \cdot \left(\frac{15,75 \cdot 10^3}{0,42 \cdot 10^3} \right)^2 = 822 \mu S$$

$$B_{T(0,4)} = B_{T(15)} \cdot \left(\frac{15,75 \cdot 10^3}{0,42 \cdot 10^3} \right)^2 = 8464 \mu S$$

$$Y_{T(0,4)} = Y_{T(15)} \cdot \left(\frac{15,75 \cdot 10^3}{0,42 \cdot 10^3} \right)^2 = 8503 \mu S$$

Zadanie 2:

Wyznaczyć parametry (R_T , X_T , B_T , G_T) schematu zastępczego transformatora dwuuzwojeniowego o następujących danych:

$$S_{nT} = 25 \text{ MVA}, \quad \vartheta = \frac{115 \text{ kV}}{16,5 \text{ kV}}, \quad \Delta u_{z\%} = 11\%, \quad \Delta P_{Cu\%} = 0,528\%,$$

$$\Delta P_{Fe\%} = 0,092\%, \quad I_{0\%} = 0,44\%, \quad \text{grupa połączeń: YNd11}$$

Obliczenia wykonać na poziomie napięcia górnego a potem przeliczyć poszczególne wielkości na poziom napięcia dolnego

Rozwiązanie

$$R_T = \frac{\Delta P_{Cu\%} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{0,528 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 25 \cdot 10^6} = 2,79 \Omega$$

$$\Delta u_{x\%} = \sqrt{\Delta u_{z\%}^2 - \Delta P_{Cu\%}^2} = \sqrt{11^2 - 0,528^2} = 10,99\% \approx \Delta u_{z\%}$$

$$X_T = \frac{\Delta u_{x\%} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{11 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 25 \cdot 10^6} = 58,19 \Omega$$

$$G_T = \frac{\Delta P_{Fe\%} \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{0,092 \cdot 25 \cdot 10^6}{100 \cdot (115 \cdot 10^3)^2} = 1,739 \mu S$$

$$Y_T = \frac{I_{0\%} \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{0,44 \cdot 25 \cdot 10^6}{100 \cdot (115 \cdot 10^3)^2} = 8,318 \mu S$$

$$B_T = \sqrt{Y_T^2 - G_T^2} = \sqrt{(8,318)^2 - (1,739)^2} = 8,134 \mu S$$

Przeliczenie na poziom napięcia dolnego:

$$R_{T(15)} = R_{T(110)} \cdot \left(\frac{16,5 \cdot 10^3}{115 \cdot 10^3} \right)^2 = 0,057 \Omega$$

$$X_{T(15)} = X_{T(110)} \cdot \left(\frac{16,5 \cdot 10^3}{115 \cdot 10^3} \right)^2 = 1,19 \Omega$$

$$G_{T(15)} = G_{T(110)} \cdot \left(\frac{115 \cdot 10^3}{16,5 \cdot 10^3} \right)^2 = 84,48 \mu S$$

$$B_{T(15)} = B_{T(110)} \cdot \left(\frac{115 \cdot 10^3}{16,5 \cdot 10^3} \right)^2 = 395,1 \mu S$$

$$Y_{T(15)} = Y_{T(110)} \cdot \left(\frac{115 \cdot 10^3}{16,5 \cdot 10^3} \right)^2 = 404 \mu S$$

Zadanie 3:

Wyznaczyć parametry (R_T , X_T , B_T , G_T) schematu zastępczego transformatora trójzwojeniowego o następujących danych:

$$S_n = 40 / 25 / 25 \text{ MVA}, U_n = 115 / 33 / 16,5 \text{ kV},$$

$$\Delta P_{Cu\%12} = 0,235 \%, \Delta P_{Cu\%13} = 0,235 \%, \Delta P_{Cu\%23} = 0,2275 \%,$$

$$\Delta u_{z\%12} = 10,34 \%, \Delta u_{z\%13} = 18,3 \%, \Delta u_{z\%23} = 6,57 \%,$$

$$\Delta P_{Fe\%} = 0,0962 \%, I_{0\%} = 0,43 \%, \text{grupa połączeń: YNy0d11}$$

Obliczenia wykonać na poziomie napięcia górnego.

Rozwiązanie

$$R_{T12} = \frac{\Delta P_{Cu\%12} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{0,235 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 40 \cdot 10^6} = 0,77 \Omega$$

$$R_{T13} = \frac{\Delta P_{Cu\%13} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{0,235 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 40 \cdot 10^6} = 0,77 \Omega$$

$$R_{T23} = \frac{\Delta P_{Cu\%23} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{0,2275 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 40 \cdot 10^6} = 0,75 \Omega$$

$$R_1 = \frac{1}{2} (R_{T12} + R_{T13} - R_{T23}) = 0,4 \Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{2} (R_{T12} + R_{T23} - R_{T13}) = 0,37 \Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{2} (R_{T13} + R_{T23} - R_{T12}) = 0,37 \Omega$$

$$X_{T12} = \frac{\Delta u_{x\%12} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{10,34 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 40 \cdot 10^6} = 34,19 \Omega$$

$$X_{T13} = \frac{\Delta u_{x\%13} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{18,3 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 40 \cdot 10^6} = 60,51 \Omega$$

$$X_{T23} = \frac{\Delta u_{x\%23} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{6,57 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 40 \cdot 10^6} = 21,72 \Omega$$

$$X_1 = \frac{1}{2} (X_{T12} + X_{T13} - X_{T23}) = 36,48 \Omega$$

$$X_2 = \frac{1}{2} (X_{T12} + X_{T23} - X_{T13}) = -2,29 \Omega$$

$$X_3 = \frac{1}{2} (X_{T13} + X_{T23} - X_{T12}) = 24,02 \Omega$$

Impedancje gałęzi schematu zastępczego mają znaczenie tylko rachunkowe i mogą przyjmować wartości ujemne. Ujemna wartość reaktancji X_2 nie świadczy o jej

pojemnościowym charakterze, jest jedynie wynikiem przekształcenia schematu i sposobu oddziaływania strumieni pomiędzy uzwojeniami.

$$G_T = \frac{\Delta P_{Fe\%} \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{0,0962 \cdot 40 \cdot 10^6}{100 \cdot (115 \cdot 10^3)^2} = 2,91 \mu S$$

$$Y_T = \frac{I_{0\%} \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{0,43 \cdot 40 \cdot 10^6}{100 \cdot (115 \cdot 10^3)^2} = 13,01 \mu S$$

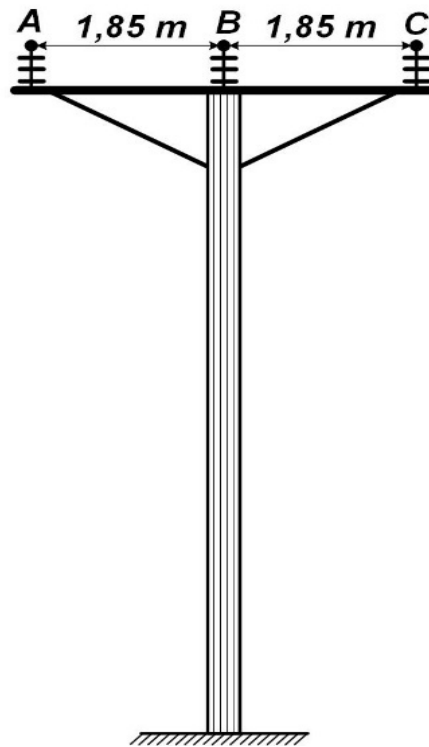
$$B_T = \sqrt{Y_T^2 - G_T^2} = \sqrt{(13,01)^2 - (2,91)^2} = 12,68 \mu S$$

Zadanie 4:

Wyznaczyć parametry (R_L , X_L , B_L , G_L) schematu zastępczego linii SN (15 kV) o następujących danych:

- długość linii $l=10$ km,
- przewody linii AFL 6-95,
- $\gamma=34 \frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$,
- $d=13,4$ mm,
- $f=50$ Hz,
- $m_a=0,8$, $m_p=0,83$, $\delta=1$,
- $b_{AB}=1,85$ m, $b_{BC}=1,85$ m, $b_{CA}=3,7$ m.

Konstrukcję wsporczą (słup) przedstawiono na rys. 2.1.



Rys 2.1. Słup linii SN

Rozwiązanie

Rezystancja linii:

$$R' = \frac{1000}{\gamma \cdot S} = \frac{1000}{34 \cdot 95} = 0,31 \Omega/\text{km}$$

$$R_L = R' \cdot l = 0,31 \cdot 10 = 3,1 \Omega$$

Reaktancja linii:

$$X' = \omega \cdot L' = \omega \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{b_{\text{sr}}}{0,8116 \cdot r} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{b_{\text{sr}}}{0,8116 \cdot r}$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{13,4 \cdot 10^{-3}}{2} = 6,70 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$b_{sr} = \sqrt[3]{b_{AB} \cdot b_{BC} \cdot b_{CA}} = \sqrt[3]{1,85 \cdot 1,85 \cdot 3,7} = 2,33 \text{ m}$$

$$X' = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{2,331}{0,8116 \cdot 6,70 \cdot 10^{-3}} = 0,38 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$X_L = X' \cdot l = 0,383 \cdot 10 = 3,83 \text{ } \Omega$$

Poniżej przedstawiono również obliczenia dla parametrów poprzecznych. Pomimo iż w schemacie zastępczym linii napowietrznych SN są one z reguły pomijane, to jednak w celach porównawczych, wyznaczono ich wartości.

Susceptancja linii:

$$B' = \omega \cdot \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{b_{sr}}{r}} \cdot 10^{-6} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{2,331}{6,70 \cdot 10^{-3}}} \cdot 10^{-6} = 2,987 \cdot 10^{-6} \text{ S/km}$$

$$B = B' \cdot l = 2,987 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 29,87 \text{ } \mu\text{S}$$

Konduktancja linii:

$$G_L = G' \cdot l = \frac{\Delta P'}{U_f^2} \cdot l, \text{ S}$$

Napięcie krytyczne ulotu:

$$U_{fkr} = 48,9 \cdot m_a \cdot m_p \cdot \delta \cdot r \cdot \log \frac{b_{sr}}{r}$$

$$U_{fkr} = 48,9 \cdot 0,8 \cdot 0,83 \cdot 1 \cdot 0,670 \cdot \log \frac{233,1}{0,670} = 55,29 \text{ kV}$$

$$U_{fkr} = 55,29 \text{ kV} > U_f = \frac{15}{\sqrt{3}} = 8,66 \text{ kV} \Rightarrow G_L = 0$$

Zadanie 5:

25

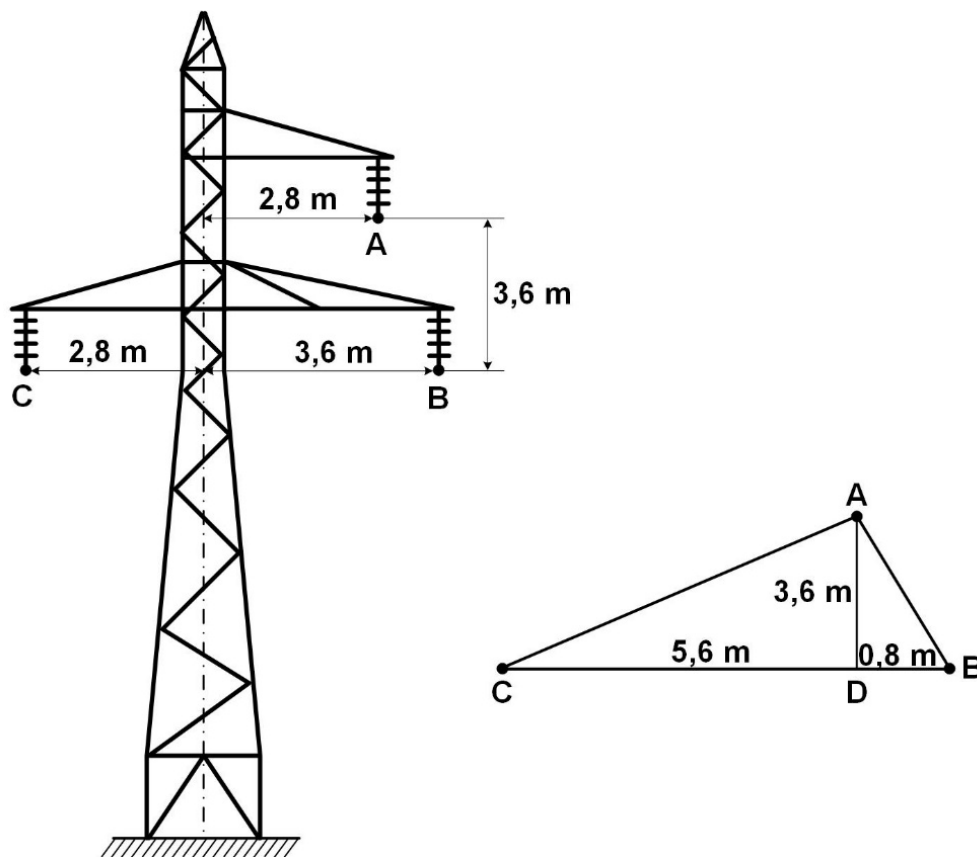


This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

Wyznaczyć parametry (R_L , X_L , B_L , G_L) schematu zastępczego linii 110 kV o następujących danych:

- długość linii $l=50$ km,
- przewody linii AFL 6-240,
- $\gamma=34 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$,
- $d=21,7$ mm,
- $f=50$ Hz,
- $m_a=0,8$, $m_p=0,83$, $\delta=1$.

Konstrukcję wsporczą (słup), wraz z wymiarami, przedstawiono na rysunku poniżej.



Rys 2.2. Słup linii WN (110 kV)

Rozwiązanie

Rezystancja linii:

$$R' = \frac{1000}{\gamma \cdot S} = \frac{1000}{34 \cdot 240} = 0,123 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$R_L = R' \cdot l = 0,123 \cdot 50 = 6,15 \Omega$$

Reaktancja linii:

$$X' = \omega \cdot L' = \omega \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{b_{sr}}{0,8116 \cdot r} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{b_{sr}}{0,8116 \cdot r}$$

$$b_{AB} = \sqrt{3,6^2 + 0,8^2} = 3,68 \text{ m},$$

$$b_{BC} = 2,8 + 3,6 = 6,4 \text{ m},$$

$$b_{CA} = \sqrt{3,6^2 + 5,6^2} = 6,66 \text{ m}$$

$$b_{sr} = \sqrt[3]{b_{AB} \cdot b_{BC} \cdot b_{CA}} = \sqrt[3]{3,688 \cdot 6,4 \cdot 6,657} = 5,39 \text{ m}$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{21,7 \cdot 10^{-3}}{2} = 10,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$X' = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{5,396}{0,8116 \cdot 10,85 \cdot 10^{-3}} = 0,403 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$X_L = X' \cdot l = 0,403 \cdot 50 = 20,16 \Omega$$

Susceptancja linii:

$$B' = \omega \cdot \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{b_{sr}}{r}} \cdot 10^{-6} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{5,396}{10,85 \cdot 10^{-3}}} \cdot 10^{-6} = 2,815 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{km}}$$

$$B = B' \cdot l = 2,815 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 140,7 \mu\text{S}$$

Konduktancja linii:

$$G_L = G' \cdot l = \frac{\Delta P'}{U_f^2} \cdot l, \text{ S}$$

Napięcie krytyczne ulotu:

$$U_{fkr} = 48,9 \cdot m_a \cdot m_p \cdot \delta \cdot r \cdot \log \frac{b_{sr}}{r}$$

$$U_{fkr} = 48,9 \cdot 0,8 \cdot 0,83 \cdot 1 \cdot 1,085 \cdot \log \frac{539,6}{1,085} = 95 \text{ kV}$$

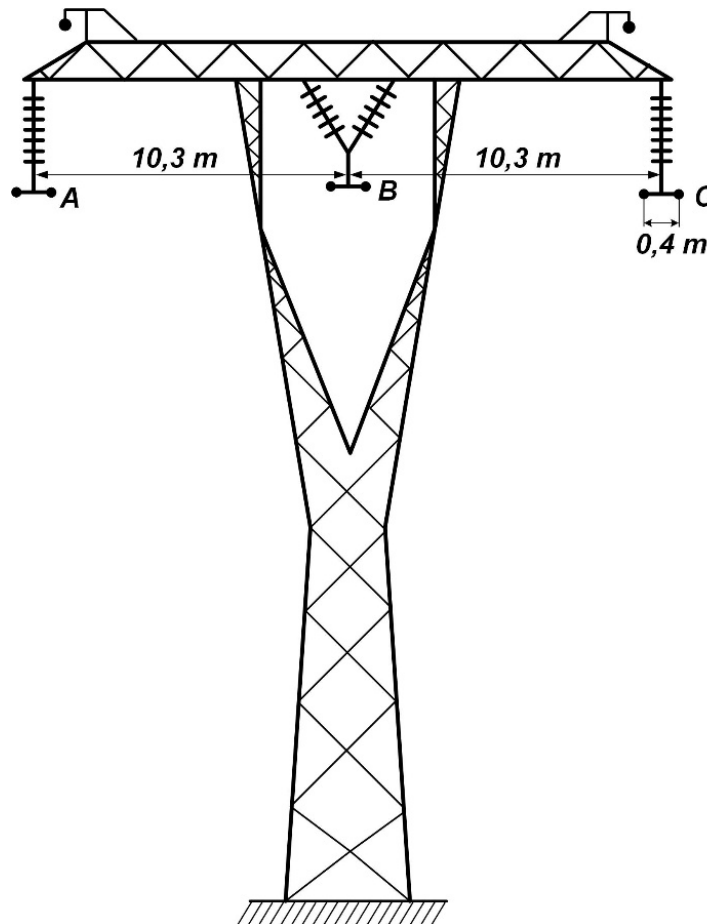
$$U_{fkr} = 95 \text{ kV} > U_f = \frac{110}{\sqrt{3}} = 63,51 \text{ kV} \Rightarrow G_L = 0$$

Zadanie 6:

Wyznaczyć parametry (RL, XL, BL, GL) schematu zastępczego linii 400 kV o następujących danych:

- długość linii $l=200 \text{ km}$,
- przewody linii 2xAFL 8-525,
- $\gamma=34 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$,
- $d=31,5 \text{ mm}$,
- $f=50 \text{ Hz}$,
- $m_a=0,8$, $m_p=0,83$, $\delta=1$,
- $b_{AB}=10,3 \text{ m}$, $b_{BC}=10,3 \text{ m}$, $b_{CA}=20,6 \text{ m}$, $a=0,4 \text{ m}$ (a – odległość między przewodami w wiązce).

Konstrukcję wsporczą (słup), wraz z wymiarami, przedstawiono poniżej na rys.2.3.



Rys 2.3. Słup linii NN (400 kV)

Rozwiązanie

Rezystancja linii:

$$R' = \frac{1000}{\gamma \cdot S} = \frac{1000}{34 \cdot 2 \cdot 525} = 0,028 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$R_L = R' \cdot l = 0,028 \cdot 200 = 5,6 \Omega$$

Reaktancja linii:

$$X' = \omega \cdot L' = \omega \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{b_{sr}}{r_{0z}} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{b_{sr}}{r_{0z}}$$

$$b_{sr} = \sqrt[3]{b_{AB} \cdot b_{BC} \cdot b_{CA}} = \sqrt[3]{10,3 \cdot 10,3 \cdot 20,6} = 12,97 \text{ m}$$

$$r_{0z} = \sqrt{r_0 \cdot a} = \sqrt{0,8099 \cdot r \cdot a} = \sqrt{0,8099 \cdot 15,75 \cdot 10^{-3} \cdot 0,4} = 0,071 \text{ m}$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{31,5 \cdot 10^{-3}}{2} = 15,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$X' = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{12,977}{0,071} = 0,33 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$X_L = X' \cdot l = 0,327 \cdot 200 = 65,37 \Omega$$

Susceptancja linii:

$$r_z = \sqrt{r \cdot a} = \sqrt{r \cdot a} = \sqrt{15,75 \cdot 10^{-3} \cdot 0,4} = 0,079 \text{ m}$$

$$B' = \omega \cdot \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{b_{sr}}{r}} \cdot 10^{-6} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{12,977}{0,079}} \cdot 10^{-6} = 3,429 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{km}}$$

$$B = B' \cdot l = 3,429 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 685,8 \mu\text{S}$$

Konduktancja linii:

$$G_L = G' \cdot l = \frac{\Delta P'}{U_f^2} \cdot l, \text{ S}$$

Napięcie krytyczne ulotu:

$$U_{fkr} = 48,9 \cdot m_a \cdot m_p \cdot \delta \cdot r_z \cdot \log \frac{b_{sr}}{r_z}$$

$$U_{fkr} = 48,9 \cdot 0,8 \cdot 0,83 \cdot 1 \cdot 7,4 \cdot \log \frac{1297,7}{7,4} = 570,5 \text{ kV}$$

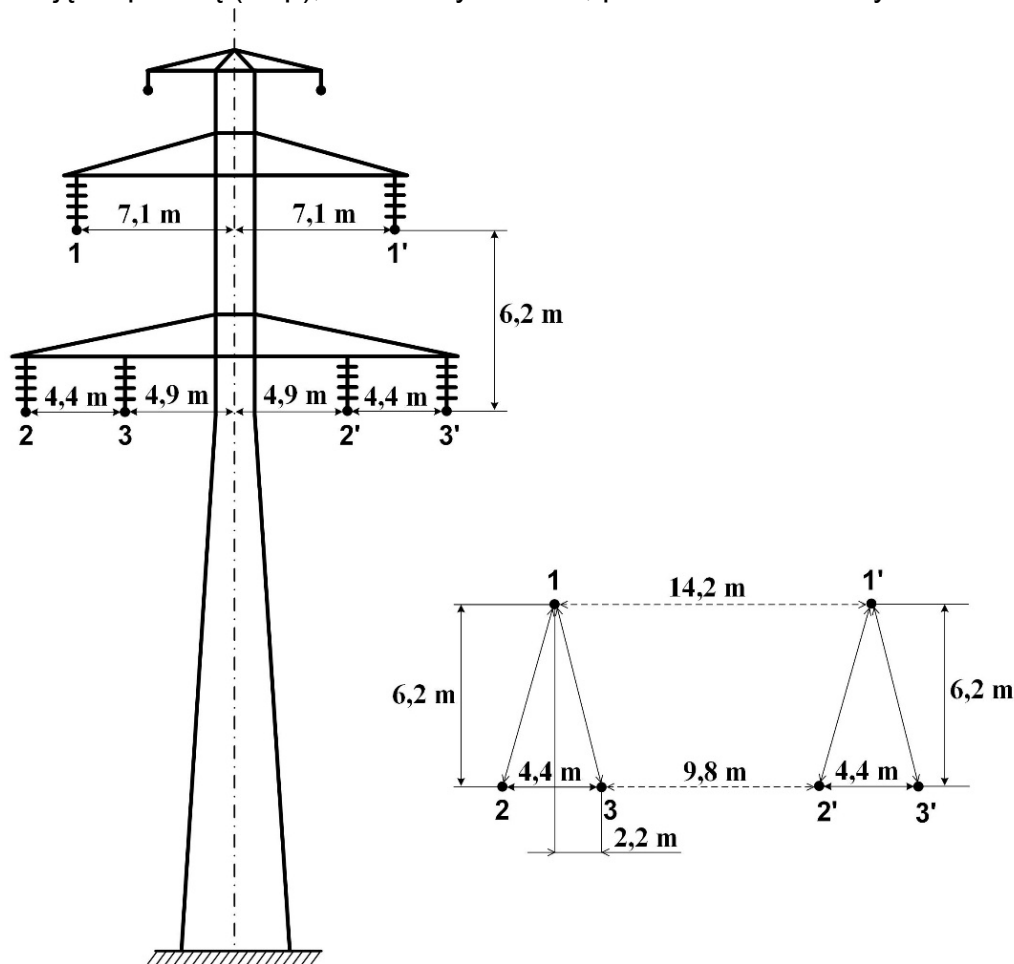
$$U_{fkr} = 570,5 \text{ kV} > U_f = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230,9 \text{ kV} \Rightarrow G_L = 0$$

Zadanie 7:

Wyznaczyć parametry (R_L , X_L , B_L , G_L) schematu zastępczego dwutorowej linii NN (220 kV) o następujących danych:

- długość linii $l=100$ km,
- przewody linii AFL 8-525,
- $\gamma=34 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$,
- $d=31,5$ mm,
- $f=50$ Hz,
- $m_a=0,8$, $m_p=0,83$, $\delta=1$,

Konstrukcję wsporczą (słup), wraz z wymiarami, przedstawiono na rys.2.4.



Rys 2.4. Słup linii NN (220 kV)

Rozwiązanie

31



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

Rezystancja jednego toru linii:

$$R' = \frac{1000}{\gamma \cdot S} = \frac{1000}{34 \cdot 525} = 0,056 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$R_L = R' \cdot l = 0,056 \cdot 100 = 5,6 \Omega$$

Reaktancja jednego toru linii:

$$X' = \omega \cdot L' = \omega \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{b_{sr}}{r_0} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{b_{sr}}{r_0}$$

$$b_{sr} = \sqrt[3]{b_{12} \cdot b_{23} \cdot b_{31}}$$

gdzie:

1, 2 i 3 – oznaczenia przewodów fazowych I toru; identyczne odległości pomiędzy przewodami fazowymi występują dla toru II.

Odległości pomiędzy poszczególnymi przewodami, wyznaczone na podstawie rysunku, wynoszą:

$$b_{12} = 6,6 \text{ m}, b_{23} = 4,4 \text{ m}, b_{31} = 6,6 \text{ m}$$

$$b_{sr} = \sqrt[3]{6,6 \cdot 4,4 \cdot 6,6} = 5,77 \text{ m}$$

$$r_0 = 0,8099 \cdot r = 0,0128 \text{ m}$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{31,5 \cdot 10^{-3}}{2} = 15,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$X' = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{5,77}{0,0128} = 0,384 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$X_L = X' \cdot l = 0,384 \cdot 100 = 38,4 \Omega$$

Susceptancja jednego toru linii:

$$B' = \omega \cdot \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{b_{sr}}{r}} \cdot 10^{-6} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{5,77}{0,01575}} \cdot 10^{-6} = 2,957 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{km}}$$

$$B = B' \cdot l = 2,957 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 295,7 \mu\text{S}$$

Konduktancja jednego toru linii:

Napięcie krytyczne ulotu:

$$U_{fkr} = 48,9 \cdot m_a \cdot m_p \cdot \delta \cdot r \cdot \log \frac{b_{sr}}{r}$$

$$U_{fkr} = 48,9 \cdot 0,8 \cdot 0,83 \cdot 1 \cdot 1,575 \cdot \log \frac{577}{1,575} = 131,1 \text{ kV}$$

$$U_{fkr} = 131,1 \text{ kV} > U_f = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127,017 \text{ kV} \Rightarrow G_L = 0$$

Zadanie 8:

Przez element trójfazowy przepływa niesymetryczny prąd trójfazowy $\underline{I}_{L1} = (4 + j8)$, $\underline{I}_{L2} = (4 - j2)$, $\underline{I}_{L3} = (-3 - j2)$. Należy obliczyć jego składowe symetryczne.

Rozwiązanie

Składowa zerowa dana jest wzorem: $\underline{I}_0 = (\underline{I}_{L1} + \underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3})/3$. Stąd po podstawieniu liczb:

$$\underline{I}_0 = [(4 + j8) + (4 - j2) + (-3 - j2)]/3 \cong (1,666 + j1,333)$$

Składowa zgodna dana jest wzorem: $\underline{I}_1 = (\underline{I}_{L1} + a \underline{I}_{L2} + a^2 \underline{I}_{L3})/3$. Stąd po podstawieniu liczb:

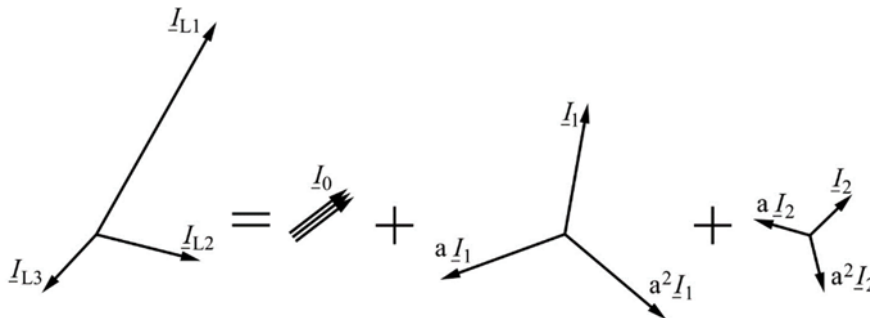
$$\underline{I}_1 = [(4 + j8) + (-1/2 + j\sqrt{3}/2)(4 - j2) + (-1/2 - j\sqrt{3}/2)(-3 - j2)]/3 \cong (1,166 + j5,354)$$

Składowa przeciwna dana jest wzorem: $\underline{I}_2 = (\underline{I}_{L1} + a^2 \underline{I}_{L2} + a \underline{I}_{L3})/3$. Stąd po podstawieniu liczb:

$$\underline{I}_2 = [(4 + j8) + (-1/2 - j\sqrt{3}/2)(4 - j2) + (-1/2 + j\sqrt{3}/2)(-3 - j2)]/3 \cong (1,166 + j1,313)$$

Zadane prądy fazowe oraz ich obliczone składowe symetryczne pokazano na

płaszczyźnie zmiennej zespolonej na Rys.2.5.



Rys.2.5. Rozkład dowolnego układu wektorów prądów fazowych na składowe symetryczne [4]

Czytelnik może samodzielnie sprawdzić, że elementy wektora:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,666 + j1,333 \\ 1,166 + j5,354 \\ 1,166 + j1,313 \end{bmatrix}$$

poddane prawostronnemu mnożeniu przez macierz **S** dadzą w efekcie wektor wyjściowy

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + j8 \\ 4 - j2 \\ -3 - j2 \end{bmatrix}$$

Będzie to wymagać wykonania następujących działań na liczbach zespolonych:

$$\begin{bmatrix} 4 + j8 \\ 4 - j2 \\ -3 - j2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,666 + j1,333 \\ 1,666 + j1,333 \\ 1,666 + j1,333 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,166 + j5,354 \\ a^2(1,166 + j5,354) \\ a(1,166 + j5,354) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,166 + j1,313 \\ a(1,166 + j1,313) \\ a^2(1,166 + j1,313) \end{bmatrix}$$

Zadanie 9:

Dla obwodu ziemnopowrotnego wykonanego przewodem AFL6 240 należy wyznaczyć jednostkową impedancję własną dla trzech przypadków rezystywności gruntu $\rho_n = 100$,

500, 1000 $\Omega \cdot \text{m}$, oraz jednostkową impedancję wzajemną z obwodem przebiegającym w odległości $D = 2,5, 5$ oraz 10 metrów.

Rozwiązanie

$$D_n = 660 \cdot \sqrt{\frac{500}{50}} = 2087 \text{ m} \text{ oraz } r = \sqrt{\frac{240 \cdot (1 + 1/6)}{\pi}} = 9,44 \text{ mm}$$

$$\underline{W}_j = \frac{1000}{35 \cdot 240} + 10^{-3} \cdot 50 + j4\pi \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot \ln \frac{2087}{0,81 \cdot 9,44 \cdot 10^{-3}} = 0,169 + j0,786 \Omega/\text{km}$$

$$\underline{M}_j = 10^{-3} \cdot 50 + j4\pi \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot \ln \frac{2087}{5} = 0,050 + j0,379 \Omega/\text{km}$$

Wyniki obliczeń dla innych przypadków rezystywności gruntu i odległości między przewodami zestawiono w Tab. 2.1.

Tab. 2.1. Wartości jednostkowej impedancji własnej i wzajemnej obwodów ziemnopowrotnych wykonanych przewodem AFL6 240 dla różnych rezystywności gruntu i odległości między przewodami, wyrażone w Ω / km

Rezystywność, $\Omega \cdot \text{m}$	Odległość między przewodami, m		
	2,5	5	10
100	0,169 + j0,735	0,169 + j0,735	0,169 + j0,735
	0,050 + j0,372	0,050 + j0,328	0,050 + j0,285
500	0,169 + j0,786	0,169 + j0,786	0,169 + j0,786
	0,050 + j0,422	0,050 + j0,379	0,050 + j0,335
1000	0,169 + j0,808	0,169 + j0,808	0,169 + j0,808
	0,050 + j0,444	0,050 + j0,400	0,050 + j0,357

Analiza danych w powyższej tabeli pozwala na potwierdzenie faktu, że impedancja własna nie zależy odległości pomiędzy przewodami oraz że z uwagi na jej logarytmiczny charakter wrażliwość obydwu impedancji na zmiany rezystywności gruntu nie jest duża, choć zauważalna.

Zadanie 10:

Należy wyznaczyć impedancję zgodną i zerową dla linii wykonanej przewodami

35



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

AFL6 240 mm² przy założeniu, że średnia odległość pomiędzy przewodami fazowymi wynosi 5 m, a rezystywność gruntu wynosi $\rho_n = 100 \Omega \cdot \text{m}$. Należy wykorzystać wzory na impedancję własną i wzajemną obwodów ziemnopowrotnych, pominać wpływ przewodów odgromowych. Długość linii wynosi 50 km.

Rozwiązanie

Zgodnie z wynikami zadania 9 zastępczy promień przewodu $r_0 = 7,65 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Wielkość pomocniczą D_n wyznacza się zgodnie z zależnością:

$$D_n = 660 \cdot \sqrt{\frac{100}{50}} = 933 \text{ m}$$

Impedancję własną i wzajemną obwodów ziemnopowrotnych linii wyznacza się odpowiednio:

$$\underline{W} = \underline{W}_j \cdot 50 = \left(\frac{1000}{35 \cdot 240} + 10^{-3} \cdot 50 + j4\pi \cdot 50 \cdot 10^{-4} \ln \frac{933}{7,65 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot 50 = 8,45 + j36,80 \Omega$$

$$\underline{M} = \underline{M}_j \cdot 50 = \left(10^{-3} \cdot 50 + j4\pi \cdot 50 \cdot 10^{-4} \ln \frac{933}{5} \right) \cdot 50 = 2,5 + j16,42 \Omega$$

Poszukiwane impedancje linii wynoszą:

- zgodne $\underline{Z}_1 = \underline{W} - \underline{M} = 5,95 + j20,35 \Omega$,
- zerowe $\underline{Z}_0 = \underline{W} + 2\underline{M} = 13,45 + j69,61 \Omega$.

W Tab.2.2. przedstawiono wartości jednostkowych impedancji rozpatrywanej linii dla składowej zgodnej i zerowej wyznaczone przy tych samych założeniach odnośnie do rezystywności gruntu i odległości między przewodami jak w przypadku rozpatrywanym w Tab.2.1 (Zadanie 9).

Tab. 2.2. Wartości impedancji jednostkowej dla składowej zgodnej i zerowej linii wykonanej przewodem AFL6 240 dla różnych rezystywności gruntu i odległości między przewodami wyrażone w Ω / km

Rezystywność, $\Omega \cdot \text{m}$	Odległość, m		
	2,5	5	10
100	$Z_1 = 0,119 + j0,364$ $Z_0 = 0,269 + j1,479$	$Z_1 = 0,119 + j0,407$ $Z_0 = 0,269 + j1,392$	$Z_1 = 0,119 + j0,451$ $Z_0 = 0,269 + j1,305$
500	$Z_1 = 0,119 + j0,364$ $Z_0 = 0,269 + j1,630$	$Z_1 = 0,119 + j0,407$ $Z_0 = 0,269 + j1,544$	$Z_1 = 0,119 + j0,451$ $Z_0 = 0,269 + j1,457$
1000	$Z_1 = 0,119 + j0,364$ $Z_0 = 0,269 + j1,696$	$Z_1 = 0,119 + j0,407$ $Z_0 = 0,269 + j1,609$	$Z_1 = 0,119 + j0,451$ $Z_0 = 0,269 + j1,552$

Jak można zauważyć, wartość reaktancji zgodnej linii nie zależy od rezystywności gruntu, a wraz ze zwiększaniem się odległości między przewodami ulega stosunkowo niewielkiemu, ale zauważalnemu zwiększeniu. Reaktancja zerowa ulega zwiększeniu wraz ze wzrostem rezystywności gruntu, natomiast wraz ze wzrostem odległości między przewodami jej wartość się zmniejsza.

Zadanie 11:

Dla linii analizowanej w zadaniu 10 należy wyznaczyć impedancję zerową, przy uwzględnieniu dwóch przewodów odgromowych AFL1,7 70 mm². Należy przyjąć średnią odległość przewodów odgromowych od przewodów roboczych jako $D_{or}=5$ m, a przewodów od siebie $D_{oo}=2$ m.

Rozwiązanie

Zastępczy promień przewodu odgromowego dla linki AFL1,7 wyznacza się jako $0,45r_0$, czyli

$$r_0 = \sqrt{\frac{(1+1/1,7) \cdot 70}{\pi}} \cdot 0,45 \cdot 10^{-3} = 2,71 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Impedancja własna obwodu ziemnopowrotnego przewodu odgromowego:

$$\underline{W}_o = \left(\frac{1000}{35 \cdot 70} + 10^{-3} \cdot 50 + j4\pi \cdot 50 \cdot 10^{-4} \ln \frac{933}{2,71 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot 50 = 22,91 + j40,03 \ \Omega$$

Impedancja wzajemna obwodów przewód roboczy-przewód odgromowy:

$$\underline{M}_o = \left(10^{-3} \cdot 50 + j4\pi \cdot 50 \cdot 10^{-4} \ln \frac{933}{5} \right) \cdot 50 = 2,5 + j16,42 \ \Omega$$

Impedancja wzajemna obwodów przewód odgromowy-przewód odgromowy:

$$\underline{M}_{oo} = \left(10^{-3} \cdot 50 + j4\pi \cdot 50 \cdot 10^{-4} \ln \frac{933}{2} \right) \cdot 50 = 2,5 + j19,29 \ \Omega$$

Poprawkę uwzględniającą wpływ przewodów odgromowych wyznacza się z zależności:

$$\underline{\Delta W} = \underline{\Delta M} = \frac{2\underline{M}_o^2}{\underline{M}_{oo} + \underline{W}_o} = \frac{2(2,5 + j16,42)^2}{(2,5 + j19,29) + (20,41 + j40,03)} = -0,58 + j8,66 \ \Omega$$

Ostateczną wartość impedancji zerowej linii uwzględniającą wpływ przewodów odgromowych wyznacza się ze zależności (korzystając z wartości Z_0 wyznaczonej w zadaniu 10):

$$\underline{Z}'_0 = \underline{Z}_0 - \underline{\Delta Z}_0 = (13,45 + j69,61) - 3(-0,58 + j8,66) = 15,19 + j43,63 \ \Omega$$

Reaktancja zerowa linii po uwzględnieniu przewodów odgromowych wyraźnie się zmniejszyła (o 37%). Parametr X_0/X_1 (stosunek reaktancji zerowej do zgodnej) zmniejszył się z 3,42 (wyznaczony na podstawie wyników zadania 10) do 2,14.

Zadanie 12:

Dla kabla SN o przekroju aluminiowej żyły roboczej 240 mm², z żyłą powrotną miedzianą o przekroju 50 mm² należy wyznaczyć jednostkowe parametry podłużne dla składowej zgodnej i zerowej oraz współczynnik redukcji. Należy przyjąć następujące wymiary (odpowiadają w przybliżeniu kablom typu XRUHAKXS na napięcie 15 kV): średnica zewnętrzna kabla $b = 80$ mm, promień żyły roboczej $r_L = 8,8$

mm, promień żyły powrotnej $r_P = 15,2$ mm. Kable ułożone są w układzie trójkątnym, ich średnia odległość wzajemna jest większa od średnicy pojedynczego kabla o 5%. Rezystywność gruntu $\rho_n = 100 \Omega \cdot m$.

Rozwiązanie

Parametry rezystancyjne wyznaczono wariantowo – dla temperatury $20^\circ C$ oraz dla maksymalnej temperatury żył roboczych wynoszącej $90^\circ C$. Tę samą temperaturę przyjęto dla żył powrotnych, co do których przyjęto także brak wykonania cross bondingu.

A zatem rezystancje te wynoszą:

- żyła robocza $\rho_L = \frac{1000}{35 \cdot 240} = 0,119 \Omega/km$ (dla $20^\circ C$), $\rho_{Lt} = 0,165 \Omega/km$ (dla $90^\circ C$),
- żyła powrotna $\rho_P = \frac{1000}{55 \cdot 240} = 0,364 \Omega/km$ (dla $20^\circ C$), $\rho_{Pt} = 0,496 \Omega/km$ (dla $90^\circ C$).

Występujące we wzorze $X_L = X' \cdot l = \left(X_L - X_P \frac{X_P^2}{\rho_P^2 + X_P^2} \right) \cdot l$ reaktancje żył roboczych i powrotnych przyjmują wartości:

$$X_L = 0,0628 \ln \frac{84}{0,78 \cdot 8,8} = 0,1137 \Omega/km$$

$$X_P = 0,0628 \ln \frac{84}{15,2} = 0,0638 \Omega/km$$

Impedancję jednostkową zgodną rozważanej linii kablowej z uwzględnieniem wpływu żył powrotnych:

$$\underline{Z}_1 = 0,119 + 0,364 \frac{0,0638^2}{0,364^2 + 0,0638^2} + j \left(0,1152 - 0,638 \frac{0,0638^2}{0,364^2 + 0,0638^2} \right) = 0,130 + j0,112 \Omega/km$$

Dla opcji temperatury żył $90^\circ C$ otrzymuje się

$$\underline{Z}_{1t} = 0,173 + j0,113 \Omega/km$$

Niezbędna do obliczeń impedancji zerowej odległość umowna $D_n = 933 \text{ m}$.

$$\text{Występujące w } \underline{Z}_0 = \rho_L + 0,15 + j0,0628 \ln \frac{D_n^3}{r_{L0} \cdot b^2} - \frac{\left(0,15 + j0,0628 \ln \frac{D_n^3}{r_P \cdot b^2}\right)^2}{\rho_P + 0,15 + j0,0628 \ln \frac{D_n^3}{r_P \cdot b^2}}$$

wyrażenia z logarytmami przyjmują wartości:

$$0,0628 \ln \frac{D_n^3}{r_{L0} \cdot b^2} = 0,0628 \ln \frac{933^3}{0,78 \cdot 0,0088 \cdot 0,042^2} = 1,99 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$0,0628 \ln \frac{D_n^3}{r_P \cdot b^2} = 0,0628 \ln \frac{933^3}{0,0152 \cdot 0,042^2} = 1,95 \text{ } \Omega/\text{km}$$

W rezultacie impedancja zerowa może być wyznaczona jako:

$$\underline{Z}_0 = 0,119 + 0,15 + j1,999 - \frac{(0,15 + j1,95)^2}{0,364 + 0,15 + j1,95} = 0,466 + j0,113 \text{ } \Omega/\text{km}$$

Dla opcji temperatury żył 90°C otrzymuje się

$$\underline{Z}_{0t} = 0,623 + j0,164 \text{ } \Omega/\text{km}$$

Współczynnik redukcji linii kablowej wyznacza się ze wzoru (3.99) w następujący sposób:

$$r_P = \frac{0,364}{\sqrt{0,364^2 + \left(0,0628 \ln \frac{933^3}{0,0152 \cdot 0,042^2}\right)^2}} = 0,181$$

co oznacza, że 18,1% prądu zerowego linii popłynie przez ziemię, a reszta żyłami powrotnymi. Dla opcji temperatury żył 90°C prąd płynący ziemią ma wartość 24,2% prądu zerowego. Dla żył powrotnych nieuziemionych, $r_P = 0$, prąd przez ziemię nie płynie.

W przypadku przyjęcia założenia o uziemieniu żył powrotnych przez rezystancję o dużej wartości impedancję zerową wyznacza się jako

$$\widehat{\underline{Z}}_0 = 0,119 + j0,0628 \ln \frac{15,2}{0,78 \cdot 8,8} = 0,119 + j0,050 \Omega/\text{km}$$

Dla opcji temperatury żył 90°C otrzymuje się tę samą wartość reaktancji zerowej

$$\widehat{\underline{Z}}_{0t} = 0,165 + j0,050 \Omega/\text{km}$$

Zadanie 13:

Należy wyznaczyć parametry schematu zastępczego transformatora czterouzwojeniowego o następujących danych [4,5]:

- moce znamionowe $S_{n1}/S_{n2}/S_{n3}/S_{n4}=7,4/3,2/3,2/1$ MVA,
- napięcia znamionowe:

$$U_{n1}=115 \text{ kV} \pm 10\% (\pm 8 \text{ stopni} \times 1,25\%), U_{n2}=U_{n3}=1,307 \text{ kV}, U_{n4}=15,75 \text{ kV},$$

- napięcia zwarcia:

$$u_{k12}=u_{k13}=9,83\% \text{ – odniesione do mocy } 6,4 \text{ MVA},$$

$$u_{k14}=19,2\% \text{ – odniesione do mocy } 6,4 \text{ MVA},$$

$$u_{k24}=u_{k34}=1,84\% \text{ – odniesione do mocy } 3,2 \text{ MVA},$$

$$u_{k23}=1\% \text{ – odniesione do mocy } 3,2 \text{ MVA}.$$

- straty obciążeniowe

$$\Delta P_{Cu12}=\Delta P_{Cu13}=14,92 \text{ kW} \text{ - odniesione do mocy } 3,2 \text{ MVA},$$

$$\Delta P_{Cu14}=2,574 \text{ kW} \text{ - odniesione do mocy } 1 \text{ MVA},$$

$$\Delta P_{Cu24}=\Delta P_{Cu34}=1,9 \text{ kW} \text{ - odniesione do mocy } 1 \text{ MVA},$$

$$\Delta P_{Cu23}=18 \text{ kW} \text{ - odniesione do mocy } 3,2 \text{ MVA},$$

- straty jałowe – $\Delta P_{Fe} = 6,472 \text{ kW}$,
- prąd stanu jałowego – $i_0 = 0,02\%$.
- grupa połączeń uzwojeń YNd11y0d11.

Obliczenia należy wykonać na poziomie napięcia górnego.

Rozwiązanie

Straty mocy w procentach (odniesione do mocy znamionowej transformatora) wynoszą:

$$\Delta p_{Cu12} = \frac{\Delta P_{Cu12}}{S_{n2}} \cdot 100 = \frac{14,92 \cdot 10^3}{3,2 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,466\%$$

$$\Delta p_{Cu13} = \frac{\Delta P_{Cu13}}{S_{n2}} \cdot 100 = \frac{14,92 \cdot 10^3}{3,2 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,466\%$$

$$\Delta p_{Cu14} = \frac{\Delta P_{Cu14}}{S_{n4}} \cdot 100 = \frac{2,574 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,2574\%$$

$$\Delta p_{Cu23} = \frac{\Delta P_{Cu23}}{S_{n2}} \cdot 100 = \frac{18 \cdot 10^3}{3,2 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,563\%$$

$$\Delta p_{Cu24} = \frac{\Delta P_{Cu24}}{S_{n4}} \cdot 100 = \frac{1,9 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,19\%$$

$$\Delta p_{Cu34} = \frac{\Delta P_{Cu34}}{S_{n4}} \cdot 100 = \frac{1,9 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,19\%$$

$$\Delta p_{Fe} = \frac{\Delta P_{Fe}}{S_n} \cdot 100 = \frac{6,472 \cdot 10^3}{7,4 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,087\%$$

Parametry wzdłużne schematu zastępczego:

$$R_{12} = \frac{\Delta p_{Cu12} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot S_{n2}} = \frac{0,466 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 3,2 \cdot 10^6} = 19,259 \Omega$$

$$R_{13} = \frac{\Delta p_{Cu13} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot S_{n3}} = \frac{0,466 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 3,2 \cdot 10^6} = 19,259 \Omega$$

$$R_{14} = \frac{\Delta p_{Cu14} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot S_{n4}} = \frac{0,2574 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 1,0 \cdot 10^6} = 34,041 \Omega$$

$$R_{23} = \frac{\Delta p_{Cu23} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot S_{n2}} = \frac{0,563 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 3,2 \cdot 10^6} = 23,268 \Omega$$

$$R_{24} = \frac{\Delta p_{Cu24} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot S_{n4}} = \frac{0,19 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 1,0 \cdot 10^6} = 25,128 \Omega$$

$$R_{34} = \frac{\Delta p_{Cu34} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot S_{n4}} = \frac{0,19 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 1,0 \cdot 10^6} = 25,128 \Omega$$

$$Z_{12} = \frac{u_{k12} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot 2 \cdot S_{n2}} = \frac{9,83 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 6,4 \cdot 10^6} = 203,128 \Omega$$

$$Z_{13} = \frac{u_{k13} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot 2 \cdot S_{n2}} = \frac{9,83 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 6,4 \cdot 10^6} = 203,128 \Omega$$

$$Z_{14} = \frac{u_{k14} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot 2 \cdot S_{n2}} = \frac{19,2 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 6,4 \cdot 10^6} = 396,75 \Omega$$

$$Z_{23} = \frac{u_{k23} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot S_{n2}} = \frac{1 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 3,2 \cdot 10^6} = 41,328 \Omega$$

$$Z_{24} = \frac{u_{k24} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot S_{n2}} = \frac{1,84 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 3,2 \cdot 10^6} = 76,044 \Omega$$

$$Z_{34} = \frac{u_{k34} \cdot U_{n1}^2}{100 \cdot S_{n3}} = \frac{1,84 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 3,2 \cdot 10^6} = 76,044 \Omega$$

$$X_{12} = \sqrt{Z_{12}^2 - R_{12}^2} = 202,313 \Omega, X_{13} = \sqrt{Z_{13}^2 - R_{13}^2} = 202,313 \Omega, X_{14} = \sqrt{Z_{14}^2 - R_{14}^2} = 395,287 \Omega,$$

$$X_{23} = \sqrt{Z_{23}^2 - R_{23}^2} = 34,156 \Omega, X_{24} = \sqrt{Z_{24}^2 - R_{24}^2} = 71,772 \Omega, X_{34} = \sqrt{Z_{34}^2 - R_{34}^2} = 71,772 \Omega$$

Impedancje wieloboku gwiazdowego, obliczone na podstawie wcześniej podanych zależności, wynoszą:

$$\underline{K}_1 = 0, \quad \underline{K} = 0, \quad \underline{Z}_5 = \underline{Z}_7 = 0$$

$$\underline{Z}_6 = \underline{Z}_8 = \underline{K}_2 = \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{24} - \underline{Z}_{14} - \underline{Z}_{23} = (-12,922 - j155,458) \Omega$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{2}(\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{14} - \underline{Z}_{24} - \underline{K}) = (14,086 + j262,864) \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \frac{1}{2} \cdot \underline{Z}_{23} = (11,634 + j17,078) \Omega$$

$$\underline{Z}_4 = \frac{1}{2}(\underline{Z}_{34} + \underline{Z}_{14} - \underline{Z}_{13} - \underline{K}) = (19,955 + j132,42) \Omega$$

Parametry poprzeczne schematu zastępczego:

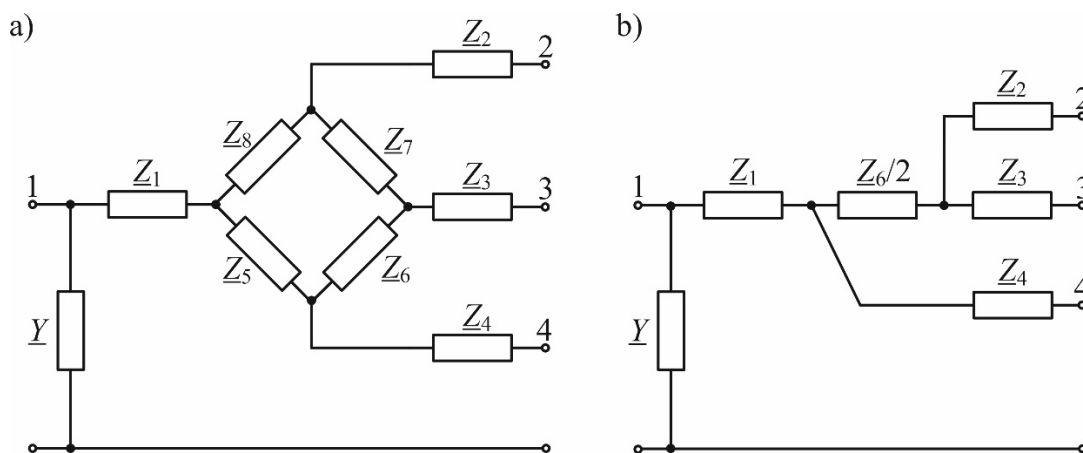
$$G_T = \frac{\Delta p_{Fe} \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{0,087 \cdot 7,4 \cdot 10^6}{100 \cdot (115 \cdot 10^3)^2} = 0,487 \mu S$$

$$Y_T = \frac{i_0 \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{0,02 \cdot 7,4 \cdot 10^6}{100 \cdot (115 \cdot 10^3)^2} = 12,87 \mu S$$

$$B_T = \sqrt{Y_T^2 - G_T^2} = \sqrt{(12,87)^2 - (0,487)^2} = 12,86 \mu S$$

Rozpatrywany w przykładzie transformator czterouzwojeniowy, posiada równe impedancje pomiędzy uzwojeniami 1-2 i 1-3 oraz 2-4 i 3-4. Upraszcza to znacznie schemat zastępczy, który w tym przypadku ma postać taką jak na Rys.2.6b.

Impedancje $\underline{Z}_6$ i $\underline{Z}_8$ przyjmują wartości ujemne natomiast pozostałe impedancje są dodatnie.



Rys 2.6. Schematy zastępcze transformatora czterouzwojeniowego w postaci wieloboku gwiazdowego, a) schemat pełny, b) schemat uproszczony

Zadanie 14:

Należy wyznaczyć parametry schematu zastępczego autotransformatora o następujących danych:

$$S_n = 160/160/16 \text{ MVA}, U_n = 230/120/15,75 \text{ kV},$$

$$\Delta P_{\text{CuHL}} = 290 \text{ kW} - \text{odniesione do mocy } 160 \text{ MVA}$$

$$\Delta P_{\text{CuHT}} = 13 \text{ kW} - \text{odniesione do mocy } 16 \text{ MVA}$$

$$\Delta P_{\text{CuTL}} = 13,8 \text{ kW} - \text{odniesione do mocy } 16 \text{ MVA}$$

$$u_{\text{KHL}} = 10 \% - \text{odniesione do mocy } 160 \text{ MVA}$$

$$u_{\text{KHT}} = 35 \% - \text{odniesione do mocy } 160 \text{ MVA}$$

$$u_{\text{KTL}} = 22 \% - \text{odniesione do mocy } 160 \text{ MVA}$$

$$\Delta P_{\text{Fe}} = 29 \text{ kW}, i_0 = 0,1 \%, \text{ grupa połączeń: YNa0d11}$$

Obliczenia należy wykonać na poziomie napięcia górnego.

Rozwiązanie

Straty mocy w procentach (odniesione do mocy znamionowej transformatora) wynoszą:

$$\Delta p_{\text{CuHL}} = \frac{\Delta P_{\text{CuHL}}}{S_n} \cdot 100 = \frac{290 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,181\%,$$

$$\Delta p_{\text{CuHT}} = \frac{\Delta P_{\text{CuHT}}}{S_n} \cdot 100 = \frac{13 \cdot 10^3}{16 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,081\%,$$

$$\Delta p_{\text{CuTL}} = \frac{\Delta P_{\text{CuTL}}}{S_n} \cdot 100 = \frac{13,8 \cdot 10^3}{16 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,086\%$$

$$\Delta p_{\text{Fe}} = \frac{\Delta P_{\text{Fe}}}{S_n} \cdot 100 = \frac{29 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,018\%$$

Parametry wzdłużne schematu zastępczego:

$$R_{\text{HL}} = \frac{\Delta p_{\text{CuHL}} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{0,181 \cdot (230 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 160 \cdot 10^6} = 0,598 \Omega$$

$$R_{\text{HT}} = \frac{\Delta p_{\text{CuHT}} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{0,081 \cdot (230 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 16 \cdot 10^6} = 2,678 \Omega$$

$$R_{\text{TL}} = \frac{\Delta p_{\text{CuTL}} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{0,086 \cdot (230 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 16 \cdot 10^6} = 2,843 \Omega$$

$$R_{\text{H}} = \frac{1}{2} (R_{\text{HL}} + R_{\text{HT}} - R_{\text{TL}}) = 0,217 \Omega$$

$$R_{\text{L}} = \frac{1}{2} (R_{\text{HL}} + R_{\text{TL}} - R_{\text{HT}}) = 0,382 \Omega$$

$$R_{\text{T}} = \frac{1}{2} (R_{\text{HT}} + R_{\text{TL}} - R_{\text{HL}}) = 2,469 \Omega$$

$$X_{\text{HL}} = \frac{u_{\text{KHL}} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{10 \cdot (230 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 160 \cdot 10^6} = 33,063 \Omega$$

$$X_{\text{HT}} = \frac{u_{\text{KHT}} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{35 \cdot (230 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 160 \cdot 10^6} = 115,719 \Omega$$

$$X_{\text{TL}} = \frac{u_{\text{KTL}} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{22 \cdot (230 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 160 \cdot 10^6} = 72,737 \Omega$$

$$X_H = \frac{1}{2}(X_{HL} + X_{HT} - X_{TL}) = 38,022 \Omega$$

$$X_L = \frac{1}{2}(X_{HL} + X_{TL} - X_{HT}) = -4,959 \Omega$$

$$X_T = \frac{1}{2}(X_{HT} + X_{TL} - X_{HL}) = 77,697 \Omega$$

Podobnie jak w przypadku transformatora trójzwojeniowego, jedna z reaktancji schematu zastępczego autotransformatora jest ujemna i z takim znakiem powinna być przyjmowana do dalszych analiz.

Parametry poprzeczne schematu zastępczego:

$$G_T = \frac{\Delta p_{Fe} \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{0,018 \cdot 160 \cdot 10^6}{100 \cdot (230 \cdot 10^3)^2} = 0,544 \mu S$$

$$Y_T = \frac{i_0 \cdot S_n}{100 \cdot U_n^2} = \frac{0,1 \cdot 160 \cdot 10^6}{100 \cdot (230 \cdot 10^3)^2} = 3,025 \mu S$$

$$B_T = \sqrt{Y_T^2 - G_T^2} = \sqrt{(3,025)^2 - (0,544)^2} = 2,976 \mu S$$

W Tab.2.3. przedstawiono przykładowe dane techniczne transformatorów trójzwojeniowych i autotransformatorów sprzęgających sieci najwyższych napięć. W polskim systemie elektroenergetycznym najwyższa moc takich jednostek wynosi 500 MVA.

Tab. 2.3. Przykładowe dane techniczne transformatorów i autotransformatorów sieciowych najwyższych napięć [4], [6,7]

Moc znamionowa H/L/T	Przekładnia	Napięcie zwarcia HL/HT/TL	Straty jałowe	Straty obciążeniowe HL/HT/TL	Układ połączeń
MVA	kV/kV/kV	%	kW	kW	—
160/160/50	230/120/15,75	9,89*/33,15*/20,84*	81	356*/131*/130*	YNa0d11
250/250/25	230/120/15,75	9,85*/36,31*/22,21*	45	372*/110*/117*	YNa0d11
250/250/50	400/123/31,5	15,44*/6,24**/2,89**	226	967*/72**/58**	YNyn0d11
275/275/50	230/120/15,75	10,15*/56,24*/93,31*	46	419*/158**/177**	YNa0d11
330/330/50	410/123/15,75	13,09*/50,27*/32,48*	65	499*/76**/74**	YNa0d11

330/330/50	410/245/15,75	12,94*/83,27*/141,7*	54	435*/647*/823*	YNa0d11
400/400/160	400/231/22	10,98*/19,23**/13,03**	150	850*/540*/450*	YNa0d11
450/450/50	410/123/15,75	13,45*/104,71*/137,91*	80	751*/145**/154**	YNa0d11
500/500/75	410/245/15,75	10,2*/66,13*/110,33*	80	580*/833*/1067*	YNa0d11
1250/1250/240	750/410/15,75	13,5*/--	366	2490*/--	YNa0d11

*) Wartości odniesione do mocy znamionowej uzwojenia „H”.

**) Wartości odniesione do mocy znamionowej uzwojenia „T”.

Zadanie 15:

Dla przewodu linii napowietrznej AFL6 70 mm² (najczęściej spotykany przewód w liniach średniego napięcia) należy wyznaczyć temperaturę końcową (Tab.2.4.), w zależności od czasu trwania zwarcia, dla dwóch przypadków – temperatura początkowa przewodu wynosi 40 °C oraz 80 °C (jest to maksymalna wartość temperatury dopuszczalna dla przewodów aluminiowych AFL w stanie ustalonym), przy założeniu, że prąd zwarcia wynosi 6 kA oraz 8 kA. Uzyskane wyniki należy odnieść do dopuszczalnej krótkotrwale temperatury przewodów aluminiowych wynoszącej 200 °C.

Tab.2.4. Wartości końcowej temperatury przewodu AFL6 70 mm² zależności od czasu trwania zwarcia i temperatury początkowej

Czas trwania zwarcia [sek]	6 kA, T ₀ =40 °C	6 kA, T ₀ =80 °C	8 kA, T ₀ =40 °C	8 kA, T ₀ =80 °C
0,1	49	90	57	99
0,2	59	102	75	120
0,3	69	113	93	142
0,4	79	125	114	165
0,5	90	137	135	189
0,6	101	150	158	215
0,7	112	163	182	243
0,8	124	177	207	273
0,9	137	191	235	304
1,0	149	205	264	337

Rozwiązanie

Jak można zauważyć wzrost wartości prądu zwarcia o 2 kA (o 33%) wymaga skrócenia dopuszczalnego czasu trwania zwarcia o połowę (z 1 sek do 0,5 sek). W praktyce, aby uniknąć konieczności prowadzenia obliczeń według wyprowadzonych wyżej wzorów projektanci posługują się pojęciem dopuszczalnej jednosekundowej „gęstości” prądu zwarcia, zdefiniowanej jako:

$$j_{c1} = I_{\text{dop}}(T_{k_dop}; t = 1, 0) / S \text{ [A/mm}^2\text{]}$$

Dysponując wartością dopuszczalnej gęstości jednosekundowej (w rozpatrywanym przypadku wynosi ona około 6000 A/70 mm², czyli ok. 85 A/mm². Przyjęcie mniejszej wartości prądu początkowego niż 80°C (np. 40°C), o ile jest to uzasadnione małym obciążeniem linii, stanowi zabieg „ratunkowy” pozwalający na odłożenie w czasie decyzji o wymianie przewodów na grubsze. Aby uniknąć problemów z wyznaczaniem temperatury początkowej przewodu w stanach niepełnego obciążenia można wykorzystać (szczególnie dla kabli) przybliżoną zależność:

$$T_0 = 20 + \left(\frac{I}{I_n} \right)^2 \cdot (T_{0\text{dop}} - 20)$$

Tym samym, jeśli temperatura dopuszczalna długotrwale wynosi 90°C (kabel miedziany XLPE), a obciążenie względem obciążenia maksymalnego wynosi 60%, to temperatura początkowa, która może być przyjmowana do obliczania wytrzymałości zwarciowej wynosi 45°C.

Dopuszczalne wartości temperatur elementów urządzeń i sieci elektroenergetycznych (zarówno długotrwale jak i w warunkach zwarciowych) podają ich producenci, stąd zróżnicowanie tych wartości w dostępnych opracowaniach i podręcznikach. Poniżej podano wartości spotykane najczęściej wraz z wyliczonymi na podstawie wskazanych temperatur wartościami gęstości jednosekundowej.

Tab. 2.5. Wartości temperatur dopuszczalnych długotrwale oraz podczas zwarć dla typowych urządzeń i elementów linii elektroenergetycznych wraz z maksymalną gęstością jednosekundowa prądu zwarcia

Element sieci (urządzenia)	T_0 [°C]	T_F [°C]	J_{c1} [A/mm ²]
Szyny na docisk - aluminium	70	200	88
Szyny na docisk - miedź	85	300	160
Szyny spawane - aluminium	100	200	76
Szyny spawane - miedź	100	300	152
Przewód AFL	80	200	85
Kabel miedziany polwinil (PVC)	70	160	133
Kabel miedziany polietylen (XLPE)	90	250	141

Wykorzystując podaną w Tab.2.5 wartość gęstości jednosekundowej wynoszącej 133 A/mm² (kable aluminiowe w izolacji z polietylenu sieciowanego i przekroju żyły 120 mm², stosowane obecnie najczęściej w przebudowie linii SN z napowietrznych na kablowe) otrzymuje się następującą wartość dopuszczalnego prądu zwarcia:

$$I_{th1_dop} = j_{c1} \cdot S = 141 \cdot 120 = 16,9 \text{ kA}$$

Rzeczywisty czas zwarcia wynikający z działania automatyki zabezpieczeniowej i urządzeń łączeniowych (zagadnienia te są poruszane w dalszej części książki) wynoszący na ogół mniej niż jedna sekunda (szacunkowo w sieci SN przyjmuje się $T_K=0,45$ sek.) powiększa tę wartość, albowiem ilość wydzielonego ciepła zmniejsza się. Przeliczenia wytrzymałości jednosekundowej na wartość rzeczywistą dokonuje się zgodnie z zależnością:

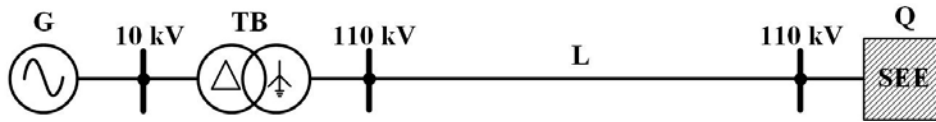
$$I_{th_dop} = \frac{j_{c1} \cdot S}{\sqrt{T_K}} = \frac{I_{th_dop}}{\sqrt{T_K}} = \frac{16,9}{\sqrt{0,45}} = 25,2 \text{ kA}$$

Taka wartość dopuszczalnego prądu zwarcia jest całkowicie bezpieczna dla spotykanych w kraju sieci dystrybucyjnych SN.

3. Jednostki względne

Zadanie 1:

Dany jest następujący układ elektroenergetyczny:



Rys 3.1 Schemat fragmentu układu elektroenergetycznego

Dane:

System zasilający (Q) – $S_{KQ}'' = 2000 \text{ MVA}$, $U_n = 110 \text{ kV}$

Generator (G) – $S_{nG} = 150 \text{ MVA}$, $U_{nG} = 10,5 \text{ kV}$, $X_d'' = 12\%$

Transformator blokowy (TB) – $S_{nT} = 160 \text{ MVA}$, $\vartheta = \frac{121}{10,5} \text{ kV}$, $\Delta u_{Z\%} = 10\%$

Linia (L) – AFL 6-240, $l = 20 \text{ km}$, $U_{nG} = 110 \text{ kV}$, $X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}$

W układzie jak na rysunku:

- obliczyć reaktancje elementów układu elektroenergetycznego w jednostkach mianowanych na poziomie 110 kV i zamienić je na jednostki względne,
- zamienić dane elementów układu elektroenergetycznego z jednostek mianowanych na względne i obliczyć ich reaktancje w jednostkach względnych,
- stosując jednostki względne uproszczone obliczyć reaktancje elementów układu.

Rozwiązanie

Ad. a)

$S_b = 100 \text{ MVA}$, $U_b = 1,05 \cdot 110 \text{ kV} = 115,5 \text{ kV}$ – dla sieci 110 kV,

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = 133,4025 \Omega$$

$$\text{System zasilający (Q): } X_Q = \frac{c \cdot U_n^2}{S_{KQ}''} = \frac{1,1 \cdot (110 \cdot 10^3)^2}{2000 \cdot 10^6} = 6,655 \, \Omega$$

$$X_{Qpu} = \frac{X_Q}{Z_b} = \frac{6,655 \, \Omega}{133,4025 \, \Omega} = 0,05 \, \text{pu}$$

$$\text{Generator (G): } X_g = \frac{X_{d\%}''}{100} \frac{U_n^2}{S_{ng}} \cdot g_{TB}^2 = 11,7128 \, \Omega$$

$$X_g = \frac{12 \cdot (10,5 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 150 \cdot 10^6} \cdot \left(\frac{121 \cdot 10^3}{10,5 \cdot 10^3} \right)^2 = 11,7128 \, \Omega$$

$$X_{gpu} = \frac{X_g}{Z_b} = \frac{11,7128 \, \Omega}{133,4025 \, \Omega} = 0,0878 \, \text{pu}$$

$$\text{Transformator (TB): } X_T = \frac{\Delta u_{z\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{nT}} = \frac{10 \cdot (121 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 160 \cdot 10^6} = 9,1506 \, \Omega$$

$$X_{Tpu} = \frac{X_T}{Z_b} = \frac{9,1506 \, \Omega}{133,4025 \, \Omega} = 0,0686 \, \text{pu}$$

$$\text{Linia (L): } X_L = X' \cdot l = 0,4 \cdot 20 = 8 \, \Omega$$

$$X_{Lpu} = \frac{X_L}{Z_b} = \frac{8 \, \Omega}{133,4025 \, \Omega} = 0,06 \, \text{pu}$$

Ad. b)

Zamiana parametrów z jednostek mianowanych na jednostki względne:

$$S_b = 100 \, \text{MVA},$$

$$U_b = 1,05 \cdot 110 \, \text{kV} = 115,5 \, \text{kV} - \text{dla sieci } 110 \, \text{kV},$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = 133,4025 \, \Omega;$$

$$U_b = 1,05 \cdot 10 \, \text{kV} = 10,5 \, \text{kV} - \text{dla sieci } 10 \, \text{kV}$$

$$\text{System zasilający (Q)} - S''_{KQpu} = \frac{S''_{KQ}}{S_b} = \frac{2000 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^6} = 20 \text{ pu},$$

$$U_{pu} = \frac{U_n}{U_b} = \frac{110 \cdot 10^3}{115,5 \cdot 10^3} = 0,95238 \text{ pu}$$

$$\text{Generator (G)} - S_{nGpu} = \frac{S_{nG}}{S_b} = \frac{150 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^6} = 1,5 \text{ pu},$$

$$U_{nGpu} = \frac{U_{nG}}{U_b} = \frac{10,5 \cdot 10^3}{10,5 \cdot 10^3} = 1 \text{ pu}, \quad X'_d = 12\%$$

$$\text{Transformator (TB)} - S_{nT} = \frac{S_{nT}}{S_b} = \frac{160 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^6} = 1,6 \text{ pu},$$

$$g = \frac{\frac{121 \cdot 10^3}{115,5 \cdot 10^3}}{\frac{10,5 \cdot 10^3}{10,5 \cdot 10^3}} = \frac{1,0476}{1} \text{ pu}, \quad \Delta u_{Z\%} = 10\%$$

$$\text{Linia (L)} - \text{AFL 6-240, } l = 20 \text{ km},$$

$$U_{nG} = \frac{110 \cdot 10^3}{115,5 \cdot 10^3} = 0,95238 \text{ pu},$$

$$X'_{pu} = \frac{X'}{Z_b} = \frac{0,4}{133,4025} = 0,003 \frac{\text{pu}}{\text{km}}$$

Obliczenia reaktancji elementów w jednostkach względnych:

$$\text{System zasilający (Q)} : X_{Qpu} = \frac{c \cdot U_n^2}{S''_{KQ}} = \frac{1,1 \cdot 0,95238^2}{20} = 0,05 \text{ pu}$$

$$\text{Generator (G)} : X_{gpu} = \frac{X''_{d\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{ng}} \cdot g_{TB}^2$$

$$X_{gpu} = \frac{12 \cdot 1^2}{100 \cdot 1,5} \cdot \left(\frac{1,0476}{1} \right)^2 = 0,0878 \text{ pu}$$

$$\text{Transformator (TB)} : X_{Tpu} = \frac{\Delta u_{Z\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{nT}} = \frac{10 \cdot 1,0476^2}{100 \cdot 1,6} = 0,0686 \text{ pu}$$

Linia (L): $X_{Lpu} = X' \cdot l = 0,003 \cdot 20 = 0,06 \text{ pu}$

Ad. c)

$$S_b = 100 \text{ MVA}$$

System zasilający (Q): $X_{Qpu} = \frac{S_b}{S_{KQ}''} = \frac{100 \cdot 10^6}{2000 \cdot 10^6} = 0,05 \text{ pu}$

Generator (G): $X_{gpu} = \frac{X_{d\%}''}{100} \frac{S_b}{S_{ng}} = \frac{12 \cdot 100 \cdot 10^6}{100 \cdot 150 \cdot 10^6} = 0,08 \text{ pu}$

Transformator (TB): $X_{Tpu} = \frac{\Delta u_{z\%}}{100} \frac{S_b}{S_{nT}} = \frac{10 \cdot 100 \cdot 10^6}{100 \cdot 160 \cdot 10^6} = 0,0625 \text{ pu}$

Linia (L):
$$X_{Lpu} = X' \cdot l \cdot \frac{S_b}{(1,05 \cdot U_n)^2}$$

$$X_{Lpu} = 0,4 \cdot 20 \cdot \frac{100 \cdot 10^6}{(1,05 \cdot 110 \cdot 10^3)^2} = 0,06 \text{ pu}$$

Porównanie wyników:

System zasilający (Q): $X_{Qpu} = 0,05 \text{ pu}$ (0,05 pu) – dokładne (uproszczone),

Generator (G): $X_{gpu} = 0,0878 \text{ pu}$ (0,08 pu) – dokładne (uproszczone),

Transformator (TB): $X_{Tpu} = 0,0686 \text{ pu}$ (0,0625 pu) – dokładne (uproszczone),

Linia (L): $X_{Lpu} = 0,06 \text{ pu}$ (0,06 pu) – dokładne (uproszczone)

4. Spadki i straty napięcia

Zadanie 1:

Dane:

Dla trójfazowej linii prądu przemiennego o napięciu znamionowym 15 kV (napięcie międzyfazowe¹) o danych: rezystancja jednostkowa $R' = 0,36 \frac{\Omega}{\text{km}}$, reaktancja jednostkowa $X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}$, długość $l = 10 \text{ km}$ należy obliczyć stratę i spadek napięcia oraz procentowy spadek napięcia dla dwóch wariantów obciążenia:

- A. $S = 600 \text{ kVA}$, $\cos \varphi = 0,6 \text{ ind.}$
- B. $S = 600 \text{ kVA}$, $\cos \varphi = 0,6 \text{ poj.}$

Rozwiązanie

Linia o napięciu znamionowym 15 kV powinna być modelowana jak linia II rodzaju, czyli przy pomocy rezystancji i reaktancji, gdzie:

$$R = R' \cdot l = 0,36 \cdot 10 = 3,6 \Omega$$

$$X = X' \cdot l = 0,4 \cdot 10 = 4 \Omega$$

$$\underline{Z} = R + jX = (3,6 + j4) \Omega$$

Znak „plus” przy części urojonej impedancji wynika z tego, że model linii ma charakter rezystancyjno-indukcyjny.

Prąd obciążenia linii można wyznaczyć z mocy odbioru w następujący sposób:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{600 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} = 23,094 \text{ A}$$

UWAGA: ze względu na to, że w elektroenergetyce zwykle posługujemy się napięciami

¹ W elektroenergetyce przyjęło się, że posługuje się głównie napięciami międzyfazowymi. Jeśli mówimy o sieciach 400 kV, 220 kV, 110 kV, 15 kV, 0,4 kV, to każdorazowo dotyczy to napięć znamionowych międzyfazowych.

międzyfazowymi (tak też jest w tym przypadku) we wzorze występuje $\sqrt{3}$.

Część rzeczywista prądu:

$$I^{cz} = I \cdot \cos \varphi = 23,09 \cdot 0,6 = 13,86 \text{ A}$$

Część urojona prądu:

$$I^b = \sqrt{I^2 - (I^{cz})^2} = \sqrt{23,09^2 - 13,86^2} = 18,47 \text{ A}$$

Zespolony prąd obciążenia dla wariantu A może być zapisany w postaci:

$$\underline{I} = (13,86 - j18,47) \text{ A}$$

Znak „minus” przy części urojonej wynika z charakteru odbioru – ze względu na charakter rezystancyjno-indukcyjny obciążenia prąd opóźnia się względem napięcia.

Zespolony prąd obciążenia dla wariantu B może być zapisany w postaci:

$$\underline{I} = (13,86 + j18,47) \text{ A}$$

Znak „plus” przy części urojonej wynika z charakteru odbioru – ze względu na charakter rezystancyjno-pojemnościowy obciążenia prąd wyprzedza napięcie.

Strata napięcia dla wariantu A ($\sqrt{3}$ został wprowadzony do wzoru dlatego, że spadki i straty napięcia wyznaczono w odniesieniu do wartości napięcia międzyfazowego):

$$\Delta \underline{U} = \sqrt{3} \cdot \underline{I} \cdot \underline{Z} = \sqrt{3} \cdot (13,86 - j18,47) \cdot (3,6 + j4) = (214,4 - j19,2) \text{ V} = 215,258 \cdot e^{-j5,12} \text{ V}$$

Spadek napięcia dla wariantu A:

$$\Delta U = \sqrt{3} \cdot (I^{cz} \cdot R - I^b \cdot X) = \sqrt{3} \cdot (13,86 \cdot 3,6 - (-18,47) \cdot 4) = 214,4 \text{ V}$$

UWAGA: należy zwrócić uwagę na znak prądu biernego – przy obciążeniu indukcyjnym jest to znak ujemny, czyli **obciążenie indukcyjne zwiększa spadek napięcia**.

Procentowy spadek napięcia dla wariantu A:

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U}{U_n} \cdot 100\% = \frac{214,4}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 1,43\%$$

Strata napięcia dla wariantu B ($\sqrt{3}$ został wprowadzony do wzoru dlatego, że spadki i straty napięcia wyznaczono w odniesieniu do wartości napięcia międzyfazowego):

$$\begin{aligned} \Delta \underline{U} &= \sqrt{3} \cdot \underline{I} \cdot \underline{Z} = \sqrt{3} \cdot (13,86 + j18,47) \cdot (3,6 + j4) = \\ &= (-41,6 + j211,2) \text{ V} = 215,26 \cdot e^{j101,14} \text{ V} \end{aligned}$$

Spadek napięcia dla wariantu B:

$$\Delta U = \sqrt{3} \cdot (I^{cz} \cdot R - I^b \cdot X) = \sqrt{3} \cdot (13,86 \cdot 3,6 - 18,47 \cdot 4) = -41,6 \text{ V}$$

UWAGA: należy zwrócić uwagę na znak prądu biernego – przy obciążeniu pojemnościowym jest to znak dodatni, czyli **obciążenie pojemnościowe zmniejsza spadek napięcia**.

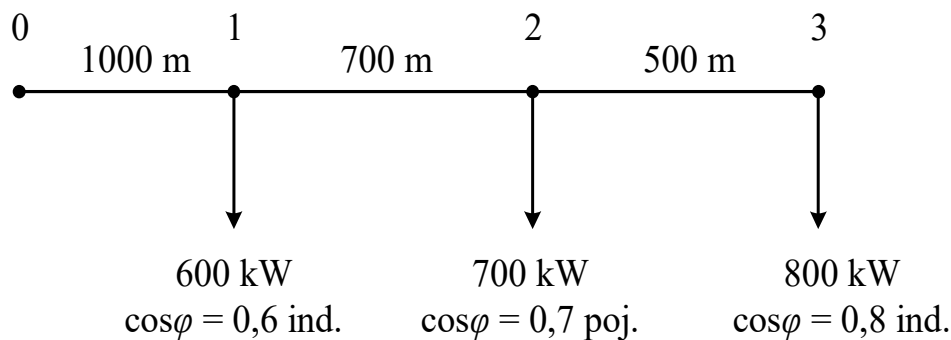
Procentowy spadek napięcia dla wariantu B:

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U}{U_n} \cdot 100\% = \frac{-41,6}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = -0,48\%$$

Zadanie 2:

Dla trójfazowej sieci o napięciu znamionowym 6 kV należy obliczyć maksymalny spadek napięcia przy pomocy metody odcinkowej i metody momentów. Należy przyjąć, że sieć jest symetryczna i symetrycznie obciążona. Długości odcinków linii i obciążenia w węzłach odbiorczych podano na schemacie. Sieć została wykonana kablem YHKXS 3.6/6 kV 1 x 120 mm², rezystancja jednostkowa linii wynosi

$$R' = 0,153 \frac{\Omega}{\text{km}}, \text{ reaktancja jednostkowa } X' = 0,108 \frac{\Omega}{\text{km}}.$$



Rys 4.1. Schemat sieci wieloodcinkowej do przykładu obliczeń

Rozwiązanie

Parametry schematu zastępczego sieci:

- odcinek 0-1

$$R_{01} = R' \cdot l_{01} = 0,153 \cdot 1 = 0,153 \Omega$$

$$X_{01} = X' \cdot l_{01} = 0,108 \cdot 1 = 0,108 \Omega$$

- odcinek 1-2

$$R_{12} = R' \cdot l_{12} = 0,153 \cdot 0,7 = 0,107 \Omega$$

$$X_{12} = X' \cdot l_{12} = 0,108 \cdot 0,7 = 0,076 \Omega$$

- odcinek 2-3

$$R_{23} = R' \cdot l_{23} = 0,153 \cdot 0,5 = 0,077 \Omega$$

$$X_{12} = X' \cdot l_{12} = 0,108 \cdot 0,5 = 0,054 \Omega$$

Prądy węzłowe

- węzeł 1

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_1} = \frac{600 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,6} = 96,23 \text{ A}$$

$$I_1^{cz} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 96,23 \cdot 0,6 = 57,74 \text{ A}$$

$$I_1^b = \sqrt{I_1^2 - (I_1^{cz})^2} = \sqrt{96,23^2 - 57,74^2} = 76,98 \text{ A}$$

$$\underline{I}_1 = (57,74 - j76,98) \text{ A}$$

– węzeł 2

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_2} = \frac{700 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,7} = 96,23 \text{ A}$$

$$I_2^{cz} = I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 96,23 \cdot 0,7 = 67,36 \text{ A}$$

$$I_2^b = \sqrt{I_2^2 - (I_2^{cz})^2} = \sqrt{96,23^2 - 67,36^2} = 68,72 \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = (67,358 + j68,718) \text{ A}$$

– węzeł 3

$$I_3 = \frac{P_3}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_3} = \frac{800 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,8} = 96,23 \text{ A}$$

$$I_3^{cz} = I_3 \cdot \cos \varphi_3 = 96,23 \cdot 0,8 = 76,98 \text{ A}$$

$$I_3^b = \sqrt{I_3^2 - (I_3^{cz})^2} = \sqrt{96,23^2 - 76,98^2} = 57,74 \text{ A}$$

$$\underline{I}_3 = (76,98 - j57,74) \text{ A}$$

Rozpływ prądów w sieci:

Rozpływ prądów wyznaczamy zgodnie z I prawem Kirchhoffa, zaczynając od ostatniego węzła sieci.

$$\underline{I}_{23} = \underline{I}_3 = (76,98 - j57,74) \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{12} &= \underline{I}_{23} + \underline{I}_2 = (76,98 - j57,74) + (67,36 + j68,72) = \\ &= (144,34 + j10,94) \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{01} &= \underline{I}_{12} + \underline{I}_1 = (144,34 + j10,98) + (57,74 - j76,98) = \\ &= (202,07 - j65,99) \text{ A} \end{aligned}$$

W przypadku rozbudowanej sieci elektrycznej warto rozptyw prądu nanieść na schemat układu. Dzięki temu upraszcza się rozpisywanie wzorów na obliczenie spadków napięcia oraz zmniejsza się ryzyko popełnienia błędów.

Obliczenie spadku napięcia metodą odcinkową

W pierwszej kolejności należy napisać zależność na maksymalny spadek napięcia dla analizowanej sieci. Z uwagi na to, że dla sieci elektroenergetycznych zwykle posługujemy się napięciami międzyfazowymi, przyjmujemy współczynnik $m = \sqrt{3}$. Dla analizowanej sieci, składającej się z trzech odcinków, otrzymamy zależność:

$$\Delta U_{03} = \sqrt{3} \left(I_{01}^{cz} \cdot R_{01} - I_{01}^b \cdot X_{01} + I_{12}^{cz} \cdot R_{12} - I_{12}^b \cdot X_{12} + I_{23}^{cz} \cdot R_{23} - I_{23}^b \cdot X_{23} \right)$$

po podstawieniu otrzymujemy wynik:

$$\begin{aligned} \Delta U_{03} = \sqrt{3} & \left(202,073 \cdot 0,153 - (-65,99) \cdot 0,108 + \right. \\ & + 144,34 \cdot 0,107 - 10,98 \cdot 0,076 + \\ & \left. + 76,98 \cdot 0,077 - (-57,74) \cdot 0,054 \right) = 106,83 \text{ V} \end{aligned}$$

Obliczenie spadku napięcia metodą momentów

W pierwszej kolejności należy napisać zależność na maksymalny spadek napięcia dla analizowanej sieci. Z uwagi na to, że dla sieci elektroenergetycznych zwykle posługujemy się napięciami międzyfazowymi, przyjmujemy współczynnik $m = \sqrt{3}$. Dla analizowanej sieci, w której są trzy węzły odbiorcze:

$$\Delta U_{03} = \sqrt{3} \left(I_1^{cz} \cdot R_{01} - I_1^b \cdot X_{01} + I_2^{cz} \cdot R_{02} - I_2^b \cdot X_{02} + I_3^{cz} \cdot R_{03} - I_3^b \cdot X_{03} \right)$$

po podstawieniu otrzymujemy wynik:

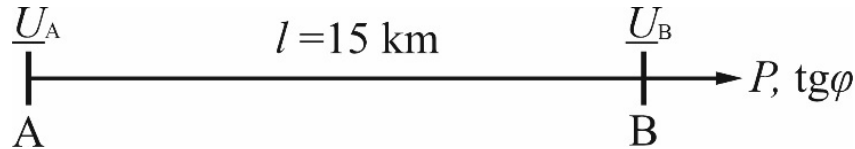
$$\begin{aligned} \Delta U_{03} = \sqrt{3} & \left(57,74 \cdot 0,15 - (-76,98) \cdot 0,11 + \right. \\ & + 67,36 \cdot (0,15 + 0,11) - 68,72 \cdot (0,11 + 0,08) + \\ & + 76,98 \cdot (0,15 + 0,11 + 0,08) - (-57,74) \cdot (0,11 + 0,08 + 0,054) \left. \right) = \\ & = 106,83 \text{ V} \end{aligned}$$

Jak widać, obie metody dają taki sam rezultat.

Zadanie 3:

Dana jest trójfazowa linia o napięciu znamionowym 15 kV, wykonana przewodami AFL 6-70 i długości 15 km – Rys.4.2. Przyjąć, że reaktancja jednostkowa

$$X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}.$$



Rys. 4.2. Trójfazowa linia elektroenergetyczna, obciążona na końcu mocą P , przy zadanym $\text{tg}\varphi$
Obliczyć stratę oraz procentowy spadek napięcia dla dwóch wariantów obciążenia:

- $P = 800 \text{ kW}$, $\text{tg}\varphi = 0,4$ (pobór mocy biernej),
- $P = 800 \text{ kW}$, $\text{tg}\varphi = 0,4$ (wprowadzanie mocy biernej).

Rozwiązanie

Parametry wzdłużne linii (R oraz X) wynoszą:

$$R = R' \cdot l = \frac{1000}{\gamma \cdot S} \cdot l = \frac{1000}{34 \cdot 70} \cdot 15 = 0,42 \cdot 15 = 6,3 \Omega$$

$$X = X' \cdot l = 0,4 \cdot 15 = 6 \Omega$$

$$\underline{Z} = R + jX = (6,3 + j6) \Omega$$

Prąd obciążenia linii dla wariantu a) można wyznaczyć z mocy odbioru w następujący sposób:

$$\underline{I} = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} \cdot (\cos \varphi - j \sin \varphi) = \frac{800 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0,93} \cdot (0,93 - j0,368) = (30,79 - j12,18) \text{ A}.$$

Składowa czynna prądu $I^c = 30,79 \text{ A}$ natomiast składowa bierna $I^b = -12,18 \text{ A}$.

Znak „-” oznacza charakter indukcyjny prądu, czyli występuje pobór mocy biernej z sieci.

Prąd obciążenia linii dla wariantu b) można wyznaczyć z mocy odbioru w następujący sposób:

$$\underline{I} = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi) = \frac{800 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0,93} \cdot (0,93 + j0,368) = (30,79 + j12,18) \text{ A}.$$

Składowa czynna prądu $I^c = 30,79 \text{ A}$ natomiast składowa bierna $I^b = 12,18 \text{ A}$.

Znak „+” oznacza charakter pojemnościowy prądu, czyli występuje wprowadzanie mocy biernej do sieci.

Strata napięcia dla wariantu a):

$$\Delta \underline{U} = \sqrt{3} \cdot \underline{I} \cdot \underline{Z} = \sqrt{3} \cdot (30,79 - j12,18) \cdot (6,3 + j6) = (462,6 - j187,1) \text{ V}.$$

Spadek napięcia dla wariantu a):

$$\Delta U = \sqrt{3} \cdot (I^c \cdot R - I^b \cdot X) = \sqrt{3} \cdot [30,79 \cdot 6,3 - (-12,18) \cdot 6] = 462,6 \text{ V}$$

Procentowy spadek napięcia dla wariantu a):

$$\Delta U \% = \frac{\Delta U}{U_n} \cdot 100 \% = \frac{462,6}{15 \cdot 10^3} \cdot 100 \% = 3,08 \% .$$

Strata napięcia dla wariantu b):

$$\Delta \underline{U} = \sqrt{3} \cdot \underline{I} \cdot \underline{Z} = \sqrt{3} \cdot (30,79 + j12,18) \cdot (6,3 + j6) = (209,4 + j452,9) \text{ V}.$$

Spadek napięcia dla wariantu a):

$$\Delta U = \sqrt{3} \cdot (I^c \cdot R - I^b \cdot X) = \sqrt{3} \cdot (30,79 \cdot 6,3 - 12,18 \cdot 6) = 209,4 \text{ V} .$$

Procentowy spadek napięcia dla wariantu b):

$$\Delta U \% = \frac{\Delta U}{U_n} \cdot 100 \% = \frac{209,4}{15 \cdot 10^3} \cdot 100 \% = 1,4 \% .$$

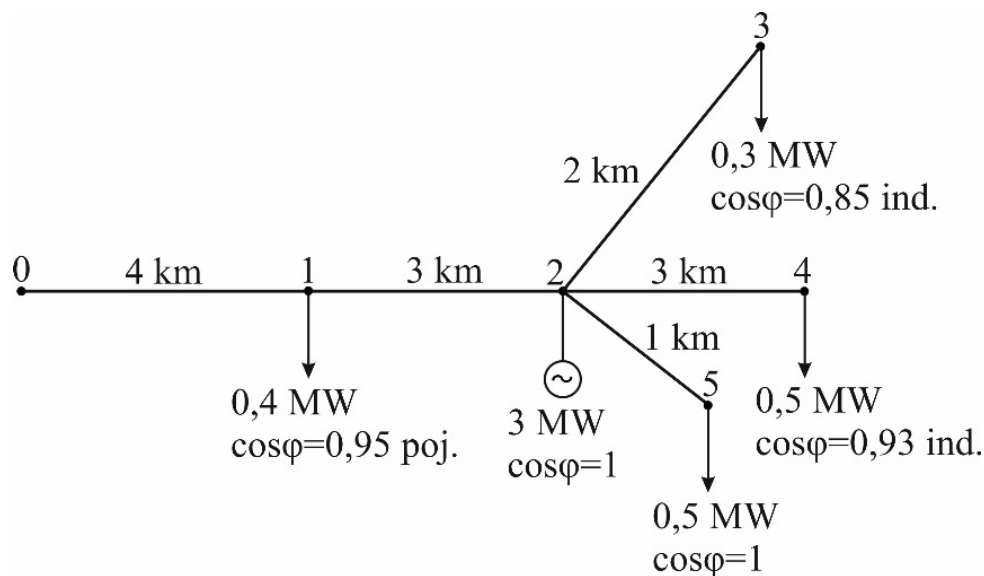
Wnioski z obliczeń są następujące:

- obciążenie mocą bierną indukcyjną (pobór mocy biernej z sieci) powiększa spadek napięcia,

- obciążenie mocą bierną pojemnościową (wprowadzanie mocy biernej z sieci) zmniejsza spadek napięcia powodując, że w niektórych stanach pracy sieci możliwe jest wystąpienie nawet ujemnego spadku napięcia (czyli podskoku napięcia), który może wystąpić w następujących przypadkach:
 - o duże obciążenie mocą bierną pojemnościową sieci o znacznej reaktancji,
 - o przesył mocy czynnej od strony węzła odbiorczego do zasilającego ze względu na pracę źródeł rozproszonych w sieci (zmieniony kierunek przepływu mocy czynnej).

Zadanie 4:

Wyznaczyć rozpyływ prądów oraz maksymalny, procentowy spadek napięcia w sieci o napięciu znamionowym $U_n = 15$ kV przedstawionej na Rys.4.3. Poszczególne odcinki linii wykonane są przewodami AFL 6-70 o długościach podanych na Rys.4.3. Przyjąć, że reaktancja jednostkowa $X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}$.



Rys. 4.3. Schemat układu do zadania [2]

Rozwiązanie

Na wstępie należy zauważyć, że w przypadku źródła przyłączonego w węźle numer 2 przyjmuje się prąd ze znakiem ujemnym, ze względu na generację mocy. Rozpatrywana sieć jest siecią rozgałęzioną, dlatego też do wyznaczenia spadków

63



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

napięcie wykorzystana będzie metoda odcinkowa jako łatwiejsza. Aby obliczyć maksymalny spadek napięcia w tej sieci konieczne jest wyznaczenie trzech spadków napięcia (ΔU_{03} , ΔU_{04} i ΔU_{05}) na drodze 0-3, 0-4 oraz 0-5. Maksymalny spadek napięcia będzie równy największej z obliczonych wartości.

Parametry wzdłużne (R oraz X) poszczególnych odcinków linii 15 kV wynoszą:

$$R_{01} = R'_{01} \cdot l = \frac{1000}{\gamma \cdot S} \cdot l = \frac{1000}{34 \cdot 70} \cdot 4 = 0,42 \cdot 4 = 1,68 \Omega$$

$$X_{01} = X'_{01} \cdot l = 0,4 \cdot 4 = 1,6 \Omega$$

$$R_{12} = R'_{12} \cdot l = \frac{1000}{\gamma \cdot S} \cdot l = \frac{1000}{34 \cdot 70} \cdot 3 = 0,42 \cdot 3 = 1,26 \Omega$$

$$X_{12} = X'_{12} \cdot l = 0,4 \cdot 3 = 1,2 \Omega$$

$$R_{23} = R'_{23} \cdot l = \frac{1000}{\gamma \cdot S} \cdot l = \frac{1000}{34 \cdot 70} \cdot 2 = 0,42 \cdot 2 = 0,84 \Omega$$

$$X_{23} = X'_{23} \cdot l = 0,4 \cdot 2 = 0,8 \Omega$$

$$R_{24} = R'_{24} \cdot l = \frac{1000}{\gamma \cdot S} \cdot l = \frac{1000}{34 \cdot 70} \cdot 3 = 0,42 \cdot 3 = 1,26 \Omega$$

$$X_{24} = X'_{24} \cdot l = 0,4 \cdot 3 = 1,2 \Omega$$

$$R_{25} = R'_{25} \cdot l = \frac{1000}{\gamma \cdot S} \cdot l = \frac{1000}{34 \cdot 70} \cdot 1 = 0,42 \cdot 1 = 0,42 \Omega$$

$$X_{25} = X'_{25} \cdot l = 0,4 \cdot 1 = 0,4 \Omega$$

Prądy w poszczególnych punktach odbiorczych oraz generacyjnym wynoszą:

$$\underline{I}_1 = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi) = \frac{0,4 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0,95} \cdot (0,95 + j0,312) = (15,4 + j5,06) \text{ A} .$$

$$\underline{I}_2 = - \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi) = - \frac{3 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 1} \cdot (1 + j0) = -115,47 \text{ A}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} \cdot (\cos \varphi - j \sin \varphi) = \frac{0,3 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0,85} \cdot (0,85 - j0,527) = (11,55 - j7,16) \text{ A}$$

$$\underline{I}_4 = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} \cdot (\cos \varphi - j \sin \varphi) = \frac{0,5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0,93} \cdot (0,93 - j0,368) = (19,25 - j7,61) \text{ A}$$

$$\underline{I}_5 = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} \cdot (\cos \varphi - j \sin \varphi) = \frac{0,5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 1} \cdot (1 - j0) = 19,25 \text{ A}$$

Prądy płynące w poszczególnych odcinkach linii wynoszą:

$$\underline{I}_{01} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5 = (-50,04 + j9,7) \text{ A},$$

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5 = (-65,43 - j14,76) \text{ A},$$

$$\underline{I}_{23} = \underline{I}_3 = (11,55 - j7,16) \text{ A},$$

$$\underline{I}_{24} = \underline{I}_4 = (19,25 - j7,61) \text{ A},$$

$$\underline{I}_{25} = \underline{I}_5 = 19,25 \text{ A}.$$

Spadek napięcia na odcinku 0-3:

$$\Delta U_{03} = \sqrt{3} \cdot (I_{01}^c \cdot R_{01} - I_{01}^b \cdot X_{01} + I_{12}^c \cdot R_{12} - I_{12}^b \cdot X_{12} + I_{23}^c \cdot R_{23} - I_{23}^b \cdot X_{23}) = -204,22 \text{ V}$$

Procentowy spadek napięcia na odcinku 0-3:

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U_{03}}{U_n} \cdot 100\% = \frac{-204,22}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = -1,36\%$$

Spadek napięcia na odcinku 0-4:

$$\Delta U_{04} = \sqrt{3} \cdot (I_{01}^c \cdot R_{01} - I_{01}^b \cdot X_{01} + I_{12}^c \cdot R_{12} - I_{12}^b \cdot X_{12} + I_{24}^c \cdot R_{24} - I_{24}^b \cdot X_{24}) = -173,12 \text{ V}$$

Procentowy spadek napięcia na odcinku 0-4:

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U_{04}}{U_n} \cdot 100\% = \frac{-173,12}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = -1,15\%$$

Spadek napięcia na odcinku 0-5:

$$\Delta U_{05} = \sqrt{3} \cdot (I_{01}^c \cdot R_{01} - I_{01}^b \cdot X_{01} + I_{12}^c \cdot R_{12} - I_{12}^b \cdot X_{12} + I_{25}^c \cdot R_{25} - I_{25}^b \cdot X_{25}) = -216,94 \text{ V}$$

Procentowy spadek napięcia na odcinku 0-5:

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U_{05}}{U_n} \cdot 100\% = \frac{-216,94}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = -1,45\%$$

Na podstawie wykonanych obliczeń można stwierdzić, że maksymalny spadek napięcia występuje na odcinku 0-5.

W przypadku braku generacji w węźle numer 2 zmianie ulegną wartości prądów w odcinkach 0-1 i 1-2:

$$\underline{I}_{01} = \underline{I}_1 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5 = (65,45 - j9,7) \text{ A}$$

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_3 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5 = (50,04 - j14,76) \text{ A}$$

oraz wartości spadków napięcia.

Spadek napięcia na odcinku 0-3:

$$\Delta U_{03} = \sqrt{3} \cdot (I_{01}^c \cdot R_{01} - I_{01}^b \cdot X_{01} + I_{12}^c \cdot R_{12} - I_{12}^b \cdot X_{12} + I_{23}^c \cdot R_{23} - I_{23}^b \cdot X_{23}) = 384,01 \text{ V}$$

Procentowy spadek napięcia na odcinku 0-3:

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U_{03}}{U_n} \cdot 100\% = \frac{384,01}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 2,56\%$$

Spadek napięcia na odcinku 0-4:

$$\Delta U_{04} = \sqrt{3} \cdot (I_{01}^c \cdot R_{01} - I_{01}^b \cdot X_{01} + I_{12}^c \cdot R_{12} - I_{12}^b \cdot X_{12} + I_{24}^c \cdot R_{24} - I_{24}^b \cdot X_{24}) = 415,12 \text{ V}$$

Procentowy spadek napięcia na odcinku 0-4:

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U_{04}}{U_n} \cdot 100\% = \frac{415,12}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 2,77\%$$

Spadek napięcia na odcinku 0-5:

$$\Delta U_{05} = \sqrt{3} \cdot \left(I_{01}^c \cdot R_{01} - I_{01}^b \cdot X_{01} + I_{12}^c \cdot R_{12} - I_{12}^b \cdot X_{12} + I_{25}^c \cdot R_{25} - I_{25}^b \cdot X_{25} \right) = 371,3 \text{ V}$$

Procentowy spadek napięcia na odcinku 0-5:

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U_{05}}{U_n} \cdot 100\% = \frac{371,3}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 2,48\%$$

Na podstawie wykonanych obliczeń można stwierdzić, że maksymalny spadek napięcia występuje na odcinku 0-4.

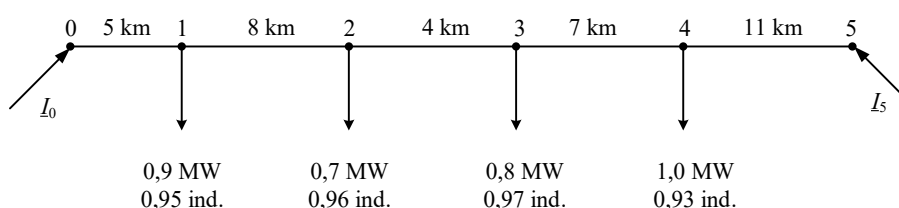
W przykładzie rozpatrzono stan pracy sieci z generacją w źródle równą 3 MW oraz stan bez generacji. Ponieważ generacja przeważa nad sumaryczną mocą pobieraną w węzłach odbiorczych, to w efekcie spadek napięcia jest ujemny, w przeciwieństwie do stanu bez generacji, w którym spadek napięcia jest dodatni. Przykład obrazuje wpływ źródeł na spadki napięcia w sieciach elektroenergetycznych. Źródła przyczyniają się do wzrostu napięcia w węzłach sieci.

5. Spadki i straty napięcia w sieciach dwustronnie zasilanych

Zadanie 1:

A. Spadek napięcia w linii dwustronnie zasilanej wariant 1 $\underline{U}_0 = \underline{U}_n$

Dla sieci o napięciu znamionowym 10 kV przedstawionej na rys.5.1. należy obliczyć maksymalny spadek napięcia.



Rys 5.1 Schemat sieci dwustronnie zasilanej [2]

Obciążenia (odpowiednio moc czynna, współczynnik mocy i charakter obciążenia) oraz długości linii podano na schemacie sieci. Rezystancja jednostkowa linii wynosi

$$R' = 0,153 \frac{\Omega}{\text{km}}, \text{ reaktancja jednostkowa } X' = 0,108 \frac{\Omega}{\text{km}}.$$

W wariantcie 1 należy przyjąć, że napięcia w węzłach zasilających są równe napięciu znamionowemu $\underline{U}_0 = \underline{U}_5 = 10 \text{ kV}$.

Rozwiązanie

Obliczenia wstępne

- wyznaczenie modelu zastępczego sieci.

Z uwagi na to, że linia jest linią II rodzaju, w jej schemacie zastępczym należy obliczyć rezystancję i reaktancję. Wyniki obliczeń zamieszczono w tab.5.1.

Tab.5.1. Parametry schematów zastępczych linii

Lp.	Linia	l , km	R , Ω	X , Ω
1	0-1	5	0,765	0,540
2	1-2	8	1,224	0,864
3	2-3	4	0,612	0,432
4	3-4	7	1,071	0,756

5	4-5	11	1,683	1,188
---	-----	----	-------	-------

Przykład obliczeń dla l.p. 1:

- odcinek 0-1

$$R_{01} = R' \cdot l_{01} = 0,153 \cdot 5 = 0,76 \Omega$$

$$X_{01} = X' \cdot l_{01} = 0,108 \cdot 5 = 0,54 \Omega$$

- obliczanie prądów odbiorczych.

Tab. 5.2. Prądy w węzłach odbiorczych

Lp.	Węzeł	I_k, A	I_k^{cz}, A	I_k^b, A	$\underline{I}_k, A$
1	1	54,70	51,96	17,08	51,96-j17,08
2	2	42,10	40,42	11,79	40,42-j11,79
3	3	47,62	46,19	11,58	46,19-j11,58
4	4	62,08	57,74	22,82	57,74-j22,82

Przykład dla l.p. 1:

Prądy węzłowe

- węzeł 1

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_1} = \frac{0,9 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,95} = 54,69 A,$$

$$I_1^{cz} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 54,696 \cdot 0,95 = 51,96 A,$$

$$I_1^b = \sqrt{I_1^2 - (I_1^{cz})^2} = \sqrt{54,696^2 - 51,962^2} = 17,08 A,$$

$$\underline{I}_1 = (51,96 - j17,08) A.$$

Następnie należy obliczyć prądy zasilające. Do przeprowadzenia obliczeń wystarczy obliczyć tylko jeden prąd zasilający, ale dla sprawdzenia warto policzyć także drugi i wykonać sprawdzenie bilansu prądów w sieci.

$$\begin{aligned} \underline{I}_0 &= \frac{\sum_{k=1}^{k=4} \underline{I}_k \cdot \underline{Z}_{k5}}{\underline{Z}_{05}} = \frac{\cancel{(R' + jX')} \sum_{k=1}^{k=4} \underline{I}_k \cdot l_{k5}}{\cancel{(R' + jX')} l_{0n}} = \frac{\underline{I}_1 \cdot l_{15} + \underline{I}_2 \cdot l_{25} + \underline{I}_3 \cdot l_{35} + \underline{I}_4 \cdot l_{45}}{l_{05}} = \\ &= \frac{(51,96 - j17,08)(8 + 4 + 7 + 11) + (40,42 - j11,79)(4 + 7 + 11)}{5 + 8 + 4 + 7 + 11} + \\ &+ \frac{(46,19 - j11,58)(7 + 11) + (57,74 - j22,52)11}{5 + 8 + 4 + 7 + 11} = \\ &= (111,84 - j35,17) A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_5 &= \frac{\sum_{k=1}^{k=4} \underline{I}_k \cdot \underline{Z}_{0k}}{\underline{Z}_{05}} = \frac{\cancel{(R' + jX')} \sum_{k=1}^{k=4} \underline{I}_k \cdot l_{0k}}{\cancel{(R' + jX')} l_{05}} = \frac{\underline{I}_1 \cdot l_{01} + \underline{I}_2 \cdot l_{02} + \underline{I}_3 \cdot l_{03} + \underline{I}_4 \cdot l_{04}}{l_{05}} = \\ &= \frac{(51,96 - j17,08)5 + (40,42 - j11,79)(5 + 8)}{5 + 8 + 4 + 7 + 11} + \\ &+ \frac{(46,19 - j11,58)(5 + 8 + 4) + (57,74 - j22,82)(5 + 8 + 4 + 7)}{5 + 8 + 4 + 7 + 11} = \\ &= (84,46 - j28,09) A \end{aligned}$$

Sprawdzenie bilansu prądów:

$$\begin{aligned} \underline{I}_0 + \underline{I}_5 &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 \\ (111,84 - j35,17) + (84,46 - j28,09) &= \\ = (51,96 - j17,08) + (40,42 - j11,79) + (46,19 - j11,58) + (57,74 - j22,82) \\ 196,3 - j63,26 &= 196,3 - j63,26 \end{aligned}$$

Wyznaczenie rozplywu prądów:

$$\underline{I}_{01} = \underline{I}_0 = (111,84 - j35,17) A ;$$

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_{01} - \underline{I}_1 = (111,84 - j35,17) - (51,96 - j17,08) = (59,88 - j18,09) A$$

$$\underline{I}_{23} = \underline{I}_{12} - \underline{I}_2 = (59,88 - j18,09) - (40,42 - j11,79) = (19,47 - j6,31) A$$

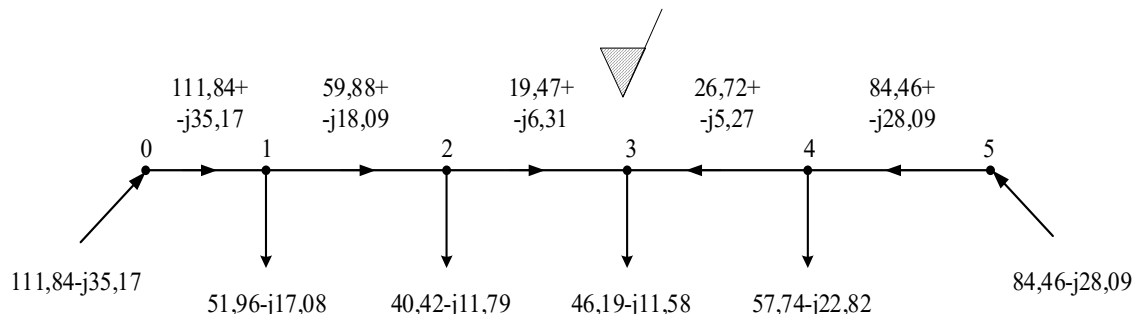
$$\underline{I}_{34} = \underline{I}_{23} - \underline{I}_3 = (19,47 - j6,31) - (46,19 - j11,58) = -(26,72 - j5,27) A$$

– zmiana kierunku prądu;

$$\underline{I}_{45} = \underline{I}_{34} - \underline{I}_4 = -(26,72 - j5,27) - (57,74 - j22,82) = -(84,46 - j28,09) \text{ A}$$

Należy zauważyć, że prąd $\underline{I}_{45}$ jest równy wyliczonemu wcześniej prądowi zasilającemu $\underline{I}_5$, co jest dodatkowym sprawdzeniem poprawności wykonanych obliczeń.

Żeby ułatwić wykonanie zadania, warto wszystkie obliczane prądy nanosić na schemat sieci. Po naniesieniu na schemat, węzeł, który jest zasilany z dwóch kierunków, oznaczamy jako punkt spływu prądów. Poniżej przedstawiono schemat z naniesionymi prądami oraz zaznaczonym punktem spływu. Na rysunku, dla większej przejrzystości, zrezygnowano z wpisywania jednostek – wszystkie prądy są w amperach. Kierunki przepływu prądów zostały oznaczone strzałkami.



Rys 5.3. Schemat sieci dwustronnie zasilanej – rozpływ prądów; wariant 1; wszystkie wartości w [A], [2]

Kolejnym krokiem przy rozwiązaniu zadania jest obliczenie spadku napięcia od dowolnego węzła zasilającego do punktu spływu. Dla sprawdzenia wykonano obliczenia od obu węzłów zasilających.

Spadek napięcia ΔU_{03} :

$$\Delta U_{03} = \sqrt{3} \left(I_{01}^{cz} \cdot R_{01} - I_{01}^b \cdot X_{01} + I_{12}^{cz} \cdot R_{12} - I_{12}^b \cdot X_{12} + I_{23}^{cz} \cdot R_{23} - I_{23}^b \cdot X_{23} \right),$$

po podstawieniu otrzymujemy wynik:

$$\Delta U_{03} = \sqrt{3} \left(111,84 \cdot 0,765 - (-35,17) \cdot 0,54 + 59,88 \cdot 1,224 - (-18,09) \cdot 0,864 + 19,47 \cdot 0,612 - (-6,31) \cdot 0,432 \right) = 360,5 \text{ V}$$

Spadek napięcia ΔU_{53} :

$$\Delta U_{53} = \sqrt{3} \left(I_{54}^{cz} \cdot R_{54} - I_{54}^b \cdot X_{54} + I_{43}^{cz} \cdot R_{43} - I_{43}^b \cdot X_{43} \right),$$

po podstawieniu otrzymujemy wynik:

$$\Delta U_{53} = \sqrt{3} (84,46 \cdot 1,683 - (-28,09) \cdot 1,188 + 26,72 \cdot 1,071 - (-5,27) \cdot 0,756) = 360,5 \text{ V}.$$

W przypadku sieci dwustronnie zasilanej, przy takich samych napięciach zasilających, spadki napięcia są sobie równe niezależnie od tego, od którego węzła zasilającego są one wyznaczone.

B. Spadek napięcia w linii dwustronnie zasilanej, wariant 2 $\underline{U}_0 \neq \underline{U}_n$

Dla sieci o napięciu znamionowym 10 kV przedstawionej na rys 5.2 wg pkt. (A) należy obliczyć maksymalny spadek napięcia.

W wariantcie 2 należy przyjąć, że napięcia w węzłach zasilających są różne i wynoszą $\underline{U}_0 = 10 \text{ kV}$, $\underline{U}_5 = (10 + j0,2) = 10,202 \cdot e^{j1,123^\circ} \text{ kV}$. Pozostałe dane przyjąć jak dla wariantu 1.

Obliczenia spadku napięcia rozpoczynamy przy założeniu, że napięcia zasilające są sobie równe. Należy wykonać obliczenia wstępne polegające na zamodelowaniu elementów sieci oraz wyznaczyć rozływ prądów składowych.

Kolejnym krokiem jest wyznaczanie prądu wyrównawczego, który płynie w sieci ze względu na różnicę napięć w węzłach zasilających i jest ograniczany impedancją linii pomiędzy tymi węzłami, przy czym należy pamiętać, że prąd płynie pod wpływem różnicy napięć fazowych.

$$\underline{I}_w = \frac{\underline{U}_0 - \underline{U}_5}{\sqrt{3}Z_{05}} = \frac{10 - (10,2 + j0,2) \cdot 10^3}{\sqrt{3}[(5 + 8 + 4 + 7 + 11)(0,153 + j0,108)]} = -(28,64 + j4,94) \text{ A}$$

Ujemny znak wyniku oznacza, że prąd płynie od węzła 5 do węzła 0.

Kolejnym krokiem jest złożenie prądów składowych i prądu wyrównawczego:

$$\underline{I}_{01} = \underline{I}_{01}^s + \underline{I}_w = (111,84 - j35,17) - (28,64 + j4,94) = (83,20 - j40,11) \text{ A}$$

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_{12}^s - \underline{I}_w = (59,88 - j18,09) - (28,64 + j4,94) = (31,24 - j23,03) \text{ A}$$

$$\underline{I}_{23} = \underline{I}_{23}^s - \underline{I}_w = (19,47 - j6,31) - (28,64 + j4,94) = -(9,18 + j11,25) \text{ A}$$

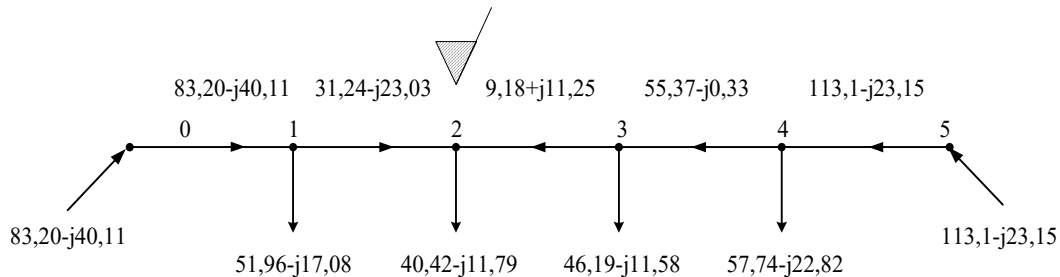
- zmiana kierunku prądu;

$$\underline{I}_{34} = \underline{I}_{34}^s - \underline{I}_w = -(26,72 + j5,27) - (28,64 + j4,94) = -(55,37 - j0,33) \text{ A}$$

$$\underline{I}_{45} = \underline{I}_{45}^s - \underline{I}_w = -(84,46 - j28,09) - (28,64 + j4,94) = -(113,1 - j23,15) \text{ A}.$$

Jak widać z powyższych obliczeń, przepływ prądu wyrównawczego pod wpływem różnicy napięć powoduje przeniesienie punktu spływu z węzła 3 do węzła 2.

Rozpływ prądów został zilustrowany na rys. 5.4.



Rys 5.4. Schemat sieci dwustronnie zasilanej – rozpływ prądów; wariant 2; wszystkie wartości w [A].
[2]

Z uwagi na to, że najniższego napięcia spodziewamy się w punkcie spływu sieci, maksymalny spadek napięcia wyznaczamy pomiędzy tym węzłem i węzłem zasilającym o wyższym napięciu. W rozważanym przykładzie będzie to spadek napięcia pomiędzy węzłami 5 i 2. Żeby wykazać różnicę wyników, przedstawiono poniżej obliczenia spadków napięć od obu węzłów zasilających.

Spadek napięcia ΔU_{02} :

$$\Delta U_{02} = \sqrt{3} \left(I_{01}^{cz} \cdot R_{01} - I_{01}^b \cdot X_{01} + I_{12}^{cz} \cdot R_{12} - I_{12}^b \cdot X_{12} \right),$$

po podstawieniu otrzymujemy wynik:

$$\Delta U_{02} = \sqrt{3} \left(83,20 \cdot 0,765 - (-40,11) \cdot 0,54 + \right. \\ \left. + 31,24 \cdot 1,224 - (-23,03) \cdot 0,864 \right) = 248,4 \text{ V}$$

Spadek napięcia ΔU_{53} :

$$\Delta U_{52} = \sqrt{3} \left(I_{54}^{cz} \cdot R_{54} - I_{54}^b \cdot X_{54} + I_{43}^{cz} \cdot R_{43} - I_{43}^b \cdot X_{43} + I_{32}^{cz} \cdot R_{32} - I_{32}^b \cdot X_{32} \right)$$

po podstawieniu otrzymujemy wynik:

$$\Delta U_{52} = \sqrt{3} \left(113,1 \cdot 1,683 - (-23,15) \cdot 1,188 + 55,37 \cdot 1,071 - (-0,33) \cdot 0,756 + \right. \\ \left. + 9,18 \cdot 0,612 - 11,25 \cdot 0,432 \right) = 481,8 \text{ V}$$

Na podstawie powyższych obliczeń można stwierdzić, że maksymalny spadek napięcia w rozpatrywanej sieci wystąpi pomiędzy węzłami 5 i 2. Jest to zgodne z przewidywaniami, ponieważ najniższego napięcia należy się spodziewać w punkcie spływu. Należy zwrócić uwagę, że punkt spływu był wyznaczany dla rozptywu składowej czynnej prądu. W sieciach II rodzaju na spadki napięć ma wpływ także rozptyw prądu biernego. Może się zdarzyć, że dla rozptywu prądów czynnych i biernych wystąpią inne punkty spływu. W takim przypadku należy sprawdzić, do którego punktu spływu wystąpi większy spadek napięcia.

6. Regulacja napięcia

Zadanie 1:

W stacji elektroenergetycznej zainstalowano transformator TORc 10000/115 o danych:

$$S_{nT} = 10 \text{ MVA}, \quad U_G = 115 \text{ kV} \pm 10\%, 12 \text{ stopni} \quad U_D = 15,75 \text{ kV}$$

$$\Delta u_{Z\%} = 10,5\%, \quad \Delta P_{Cu\%} = 0,715\%,$$

Należy wyznaczyć napięcie na szynach SN stacji dla napięcia na szynach WN równego 120 kV, w stanie jałowym (wariant 1) oraz przy obciążeniu mocą czynną 6 MW i mocą bierną 2 Mvar (wariant 2) przy założeniu, że transformator pracuje z przekładnią znamionową (przełącznik na stopniu 0).

Rozwiązanie

Z uwagi na to, że w schemacie zastępczym transformatora występuje w gałęzi podłużnej rezystancja i reaktancja, będą w nim występowały spadki napięcia. Jak wyjaśniono w temacie o modelowaniu elementów sieci elektroenergetycznej, parametry schematów zastępczych są uzależnione od tego, na jakim napięciu znamionowym są prowadzone obliczenia. Jeśli spadek napięcia jest wyznaczany w odniesieniu do górnego napięcia, to należy przyjmować dane schematu przeliczane na poziom górnego napięcia. Tak przyjęto w poniższych obliczeniach:

rezystancja zastępcza transformatora:

$$R_T = \frac{\Delta P_{Cu\%} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{0,715 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 10 \cdot 10^6} = 9,46 \, \Omega,$$

reaktancja zastępcza transformatora (z uwagi na moc transformatora większą od 2 MVA przyjęto reaktancję równą impedancji):

$$X_T = \frac{\Delta u_{x\%} \cdot U_n^2}{100 \cdot S_n} = \frac{10,5 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 10 \cdot 10^6} = 138,86 \, \Omega.$$

Następnie należy obliczyć spadek napięcia. Dla obciążenia zerowego spadek napięcia

75



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

też będzie zerowy. Dla obciążenia różnego od zera można posłużyć się przekształconym wzorem, dla którego nie będzie potrzeby obliczania prądu obciążenia transformatora. Wzór przekształca się w następujący sposób:

$$\Delta U_T = \sqrt{3} \left(I^{cz} \cdot R - I^b \cdot X \right) = \sqrt{3} \left(I^{cz} \cdot R - I^b \cdot X \right) \cdot \frac{U_n}{U_n} =$$

$$= \frac{\sqrt{3} \cdot U_n I^{cz} \cdot R - \sqrt{3} \cdot U_n I^b \cdot X}{U_n},$$

jeśli przyjmiemy, że obciążenie ma charakter rezystancyjno-indukcyjny, to oznacza, że kąt φ jest ujemny, dlatego $\cos(-\varphi) = \cos(\varphi)$ oraz $\sin(-\varphi) = -\sin(\varphi)$, więc otrzymujemy:

$$\Delta U_T = \frac{\sqrt{3} \cdot U_n I \cdot \cos(\varphi) \cdot R + \sqrt{3} \cdot U_n I \sin(\varphi) \cdot X}{U_n}$$

co ostatecznie daje zależność:

$$\Delta U_T = \frac{P \cdot R + Q \cdot X}{U_n}$$

W powyższej zależności należało zmienić znak przy części z mocą bierną, ponieważ w sieciach elektroenergetycznych przyjmuje się, że pobierana moc bierna indukcyjna ma znak dodatni. Skoro wiadomo, że pobór mocy biernej indukcyjnej zwiększa spadek napięcia, to w zależności na obliczenie tego spadku część z mocą bierną pobieraną musi mieć znak dodatni. Podobnie się dzieje w zależności na spadek napięcia wyliczany z prądów, gdy część związana z prądem urojonym zmienia znak na dodani, gdy ten prąd ma charakter indukcyjny.

Na podstawie powyższej zależności można wyliczyć spadek napięcia w transformatorze (odniesiony do górnego napięcia):

$$\Delta U_T = \frac{P \cdot R + Q \cdot X}{U_n} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 9,456 + 2 \cdot 10^6 \cdot 138,862}{110 \cdot 10^3} = 3,041 \text{ kV}$$

Wobec faktu, że dla stanu jałowego w transformatorze nie będzie występował spadek napięcia, napięcie wtórne można wyznaczyć z zależności:

$$U_{SN} = U_{WN} \cdot \frac{U_D}{U_G} = 120 \cdot 10^3 \cdot \frac{15,75}{115} = 16,435 \text{ kV}$$

Dla drugiego wariantu, gdy transformator jest obciążony, od napięcia zasilającego należy odjąć spadek napięcia. Z uwagi na to, że spadek napięcia został obliczony względem napięcia górnego, to właśnie od napięcia po tej stronie należy odjąć spadek napięcia i, w drugiej kolejności, przetransformować napięcie na stronę dolną transformatora:

$$U_{SN} = (U_{WN} - \Delta U_T) \cdot \frac{U_D}{U_G} = (120 - 3,041) \cdot \frac{15,75}{115} = 16,018 \text{ kV}$$

Zadanie 2:

Dla danych z zadania 1 wariant 1 przyjmując, że transformator pracuje z przełącznikiem zaczepeków ustawionym na zaczepek $p = 5$. Pozostałe dane i warianty pozostają niezmienione.

Rozwiązanie

Wobec tych samych danych, jak w zadaniu 1, także spadek napięcia w transformatorze się nie zmienia.

Dla rozpatrywanego transformatora, wobec informacji, że ma on dwanaście stopni regulacji w zakresie $\pm 10\%$, zmiana przekładni na 1 stopień wynosi:

$$\delta g_{\%} = \frac{10\%}{12} = 0,8333\%$$

natomiast zmiana napięcia dla zmiany położenia przełącznika zaczepeków o 1 stopień wynosi:

$$\delta U_G = \frac{g_{\%}}{100\%} \cdot U_{nG} = \frac{0,8333\%}{100\%} \cdot 115 \cdot 10^3 = 0,9583 \text{ kV}$$

Zakres regulacji napięcia dla uzwojenia górnego wynosi od:

$$U_{Gmin} = U_{nG} - 12 \cdot \delta U_G = 115 \cdot 10^3 - 12 \cdot 0,9583 \cdot 10^3 = 103,5 \text{ kV}$$

do:

$$U_{G\max} = U_{nG} + 12 \cdot \delta U_G = 115 \cdot 10^3 - 12 \cdot 0,9583 \cdot 10^3 = 126,5 \text{ kV}$$

Napięcie z uwzględnieniem pracy przełącznika zaczepów można wyznaczyć, po uwzględnieniu zmiany przekładni, z zależności:

dla wariantu 1 (bez obciążenia, zerowy spadek napięcia w transformatorze):

$$U_{SN} = U_{WN} \cdot \frac{U_D}{U_G + p \cdot \delta U_G} = 120 \cdot 10^3 \cdot \frac{15,75}{115 + 5 \cdot 0,9583} = 15,777 \text{ kV}$$

dla wariantu 2 (z obciążeniem 5 MW i 2 Mvar, który powoduje spadek napięcia na transformatorze równy 3,041 kV w odniesieniu do strony górnej):

$$\begin{aligned} U_{SN} &= (U_{WN} - \Delta U_T) \cdot \frac{U_D}{U_G + p \cdot \delta U_G} = \\ &= (120 \cdot 10^3 - 3,041) \cdot \frac{15,75}{115 + 5 \cdot 0,9583} = 15,378 \text{ kV} \end{aligned}$$

Zadanie 3:

Dla danych z zadania 2 dobrać pozycje przełącznika zaczepów tak, by napięcie na szynach stacji SN nie było większe niż 15,5 kV (i było bliskie temu napięciu) w stanie bez obciążenia (wariant 1) oraz by nie było mniejsze niż 15,7 kV (i było bliskie temu napięciu) w stanie obciążenia mocą czynną 6 MW i mocą bierną 5 Mvar (wariant 2).

Dla wariantu 1 warunek pozwalający wyznaczyć położenie przełącznika zaczepów wyznaczmy z zależności na napięcie na szynach stacji SN:

$$U_{SN} = U_{WN} \cdot \frac{U_D}{U_G + p \cdot \delta U_G}$$

Dla tego równania określamy warunek, że

$$U_{SN} = U_{WN} \cdot \frac{U_D}{U_G + p \cdot \delta U_G} < U_{SN\max} \text{ i, dla tej zależności, po prostych przekształceniach}$$

wyznaczamy położenie przełącznika zaczepów:

$$p > \frac{U_{WN} \cdot U_D}{U_{SNmax} \cdot \delta U_G} - \frac{U_G}{\delta U_G} = \frac{120 \cdot 15,75}{15,5 \cdot 0,9583} - \frac{115}{0,9583} = 7,24$$

Położenie przełącznika zaczepów może przyjmować tylko całkowite wartości, wobec tego transformator powinien pracować z przełącznikiem ustawionym na pozycji 8.

Sprawdzenie:

$$U_{SN} = U_{WN} \cdot \frac{U_D}{U_G + p \cdot \delta U_G} = 120 \cdot 10^3 \cdot \frac{15,75}{115 + 8 \cdot 0,9583} = 15,408 \text{ kV}$$

Dla wariantu 2 warunek pozwalający wyznaczyć położenie przełącznika zaczepów wyznaczmy z zależności na napięcie na szynach stacji SN:

$$U_{SN} = (U_{WN} - \Delta U_T) \cdot \frac{U_D}{U_G + p \cdot \delta U_G}$$

Dla tego równania określamy warunek, że

$$U_{SN} = (U_{WN} - \Delta U_T) \cdot \frac{U_D}{U_G + p \cdot \delta U_G} > U_{SNmin} \quad \text{i, dla tej zależności, po prostych}$$

przekształceniach wyznaczamy położenie przełącznika zaczepów:

$$p < \frac{(U_{WN} - \Delta U_T) \cdot U_D}{U_{SNmin} \cdot \delta U_G} - \frac{U_G}{\delta U_G} = \frac{(120 - 3,041) \cdot 15,75}{15,7 \cdot 0,9583} - \frac{115}{0,9583} = 2,43$$

Położenie przełącznika zaczepów może przyjmować tylko całkowite wartości, wobec tego transformator powinien pracować z przełącznikiem ustawionym na pozycji 2.

Sprawdzenie:

$$U_{SN} = (U_{WN} - \Delta U_T) \cdot \frac{U_D}{U_G + p \cdot \delta U_G} = (120 - 3,041) \cdot \frac{15,75}{115 + 2 \cdot 0,9583} = 15,76 \text{ kV}$$

Zadanie 4:

Dla trójfazowej linii prądu przemiennego o napięciu znamionowym 15 kV o danych:

rezystancja jednostkowa $R' = 0,36 \frac{\Omega}{\text{km}}$, reaktancja jednostkowa $X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}$, długość $l = 20 \text{ km}$ należy wyznaczyć moc baterii kondensatorów równoległych, by po wzroście obciążenia z $S_1 = 600 \text{ kVA}$, $\cos \varphi = 0,8 \text{ ind.}$ do $S_2 = 1000 \text{ kVA}$, $\cos \varphi = 0,8 \text{ ind.}$ spadek napięcia pozostał niezmienny.

Rozwiązanie

- schemat zastępczy linii:

$$R = R' \cdot l = 0,36 \cdot 20 = 7,2 \Omega$$

$$X = X' \cdot l = 0,4 \cdot 20 = 8 \Omega$$

- moce czynne i bierne obciążenia:

$$P_1 = S_1 \cdot \cos \varphi = 600 \cdot 10^3 \cdot 0,8 = 480 \text{ kW},$$

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{600^2 - 480^2} \cdot 10^3 = 360 \text{ kvar}$$

$$P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi = 1000 \cdot 10^3 \cdot 0,8 = 800 \text{ kW},$$

$$Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = \sqrt{1000^2 - 800^2} \cdot 10^3 = 600 \text{ kvar}$$

- spadek napięcia dla obciążenia 1:

$$\Delta U_1 = \frac{P_1 \cdot R + Q_1 \cdot X}{U_n} = \frac{480 \cdot 10^3 \cdot 7,2 + 360 \cdot 10^3 \cdot 8}{15 \cdot 10^3} = 422,4 \text{ V}$$

$$\Delta U_{1\%} = \frac{\Delta U_1}{U_n} \cdot 100\% = \frac{422,4}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 2,82\%$$

- spadek napięcia dla obciążenia 2:

$$\Delta U_2 = \frac{P_2 \cdot R + Q_2 \cdot X}{U_n} = \frac{800 \cdot 10^3 \cdot 7,2 + 600 \cdot 10^3 \cdot 8}{15 \cdot 10^3} = 704 \text{ V}$$

$$\Delta U_{2\%} = \frac{\Delta U_2}{U_n} \cdot 100\% = \frac{704}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 4,69\%$$

Dobór mocy baterii kondensatorów w celu zwiększenia możliwości przesyłowych układu bez zwiększania spadku napięcia:

$$Q_{BK} = \frac{(P_2 - P_1) \cdot R + (Q_2 - Q_1) \cdot X}{X} =$$

$$= \frac{(800 - 600) \cdot 7,2 + (600 - 360) \cdot 8}{8} \cdot 10^3 = 528 \text{ kvar}$$

Sprawdzenie spadku napięcia z uwzględnieniem kompensacji mocy biernej:

$$\Delta U_2 = \frac{P_2 \cdot R + (Q_2 - Q_{BK}) \cdot X}{U_n} =$$

$$= \frac{800 \cdot 10^3 \cdot 7,2 + (600 - 528) \cdot 10^3 \cdot 8}{15 \cdot 10^3} = 422,4 \text{ V}$$

$$\Delta U_{2\%} = \frac{\Delta U_2}{U_n} \cdot 100\% = \frac{422,4}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 2,82\%$$

Zgodnie z założeniami dobrana bateria kondensatorów pozwala na zwiększenie przepustowości linii bez zwiększania spadków napięcia.

W rzeczywistości, baterie kondensatorów są dobierane z pewnego typoszeregu w kilku stopniach, by możliwe było regulowanie ich mocy w zależności od aktualnego obciążenia.

Zadanie 5:

Dla trójfazowej linii prądu przemiennego o napięciu znamionowym 15 kV i danych: rezystancja $R = 7,2 \Omega$, reaktancja $X = 8 \Omega$, należy wyznaczyć moc baterii kondensatorów równoległych tak, by dla obciążenia $S = 1000 \text{ kVA}$, $\cos \varphi = 0,8$ ind. spadek napięcia w linii nie przekraczał 4%.

Rozwiązanie

- moce czynne i bierne obciążenia:

$$P = S \cdot \cos \varphi = 1000 \cdot 10^3 \cdot 0,8 = 800 \text{ kW},$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{1000^2 - 800^2} \cdot 10^3 = 600 \text{ kvar}$$

– spadek napięcia dla obciążenia:

$$\Delta U = \frac{P \cdot R + Q \cdot X}{U_n} = \frac{800 \cdot 10^3 \cdot 7,2 + 600 \cdot 10^3 \cdot 8}{15 \cdot 10^3} = 704 \text{ V}$$

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U}{U_n} \cdot 100\% = \frac{704}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 4,69\%$$

czyli jest wyższy od dopuszczalnego.

Następnie, należy obliczyć dopuszczalny spadek napięcia w jednostkach mianowanych:

$$\Delta U_{\text{dop}} = \frac{\Delta U_{\text{dop}\%}}{100\%} \cdot U_n = \frac{4\%}{100\%} \cdot 15 \cdot 10^3 = 600 \text{ V}$$

Moc baterii kondensatorów:

$$Q_{\text{BK}} = \frac{(\Delta U - \Delta U_{\text{dop}}) \cdot U_n}{X} = \frac{(704 - 600) \cdot 15 \cdot 10^3}{8} = 195 \text{ kvar}$$

Sprawdzenie spadku napięcia z uwzględnieniem kompensacji mocy biernej:

$$\Delta U = \frac{P \cdot R + (Q - Q_{\text{BK}}) \cdot X}{U_n} = \frac{800 \cdot 10^3 \cdot 7,2 + (600 - 195) \cdot 10^3 \cdot 8}{15 \cdot 10^3} = 600 \text{ V}$$

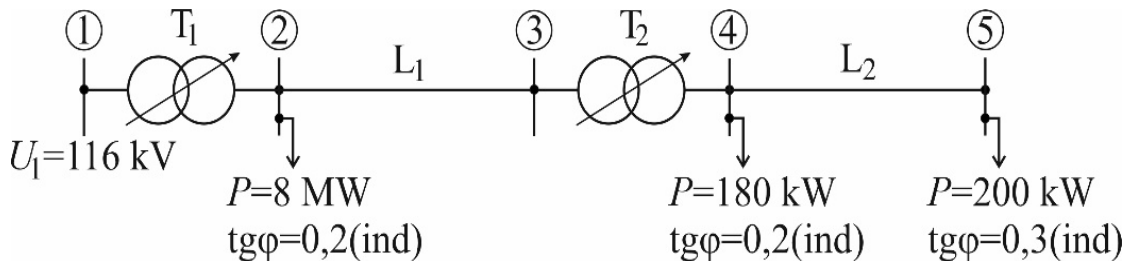
$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U}{U_n} \cdot 100\% = \frac{600}{15 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 4\%$$

Zgodnie z założeniami dobrana bateria kondensatorów pozwala na zmniejszenie spadku napięcia do zakładanej wartości.

Zadanie 6:

W układzie jak na Rys.6.1. obliczyć odchylenie napięcia u odbiorcy w punkcie 5.

Założyć, że obydwa transformatory pracują na zaczeple zerowym. Jeżeli napięcie w punkcie 5 nie będzie się mieściło w dopuszczalnym przedziale, określonym w dokumencie [8], czyli od $0,9 \cdot U_n$ do $1,1 \cdot U_n$, należy dobrać zaczeple transformatora T2 tak aby wartość napięcia osiągnęła wymagany zakres.



Rys 6.1. Schemat układu do zadania [9]

Dane:

T_1 :

$$S_n = 16 \text{ MVA}, \vartheta = \frac{115 \text{ kV}}{16,5 \text{ kV}} \pm 10\% (\pm 9 \text{ stopni})$$

$$u_K = 11\%, \Delta p_{Cu} = 0,5\%, \Delta P_{Fe} = 8,8 \text{ kW}$$

T_2 :

$$S_n = 630 \text{ kVA}, \vartheta = \frac{15,75 \text{ kV}}{0,4 \text{ kV}} \pm 5\% (\pm 2 \text{ stopnie})$$

$$u_K = 6\%, \Delta p_{Cu} = 1,05\%, \Delta P_{Fe} = 1,47 \text{ kW}$$

L_1 :

$$l_1 = 3 \text{ km}, X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}, \gamma = 34 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}, \text{AFL 6-95}, U_n = 15 \text{ kV}$$

L_2 :

$$l_2 = 0,7 \text{ km}, X' = 0,1 \frac{\Omega}{\text{km}}, \gamma = 34 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}, S = 240 \text{ mm}^2, U_n = 0,4 \text{ kV}$$

Rozwiązanie

W pierwszej kolejności wyznaczone zostaną parametry elementów tworzących układ.

Transformator (T1):
$$R_T = \frac{\Delta p_{Cu}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{0,5 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 16 \cdot 10^6} = 4,13 \Omega$$

$$X_T = \frac{u_K}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{11 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 16 \cdot 10^6} = 90,92 \Omega$$

Transformator (T2):
$$R_T = \frac{\Delta p_{Cu}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{1,05 \cdot (15,75 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 630 \cdot 10^3} = 4,13 \Omega$$

$$X_T = \frac{u_X}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{5,907 \cdot (15,75 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 630 \cdot 10^3} = 23,26 \Omega$$

$$u_X = \sqrt{u_K^2 - \Delta p_{Cu}^2} = \sqrt{6^2 - (1,05)^2} = 5,91\%$$

Linia (L1):
$$R_{L1} = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{3000}{34 \cdot 95} = 0,93 \Omega$$

$$X_{L1} = X' \cdot l = 0,4 \cdot 3 = 1,2 \Omega$$

Linia (L2):
$$R_{L2} = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{700}{34 \cdot 240} = 0,086 \Omega$$

$$X_{L2} = X' \cdot l = 0,1 \cdot 0,7 = 0,07 \Omega$$

W drugim kroku wyznaczone zostaną spadki napięcia występujące na poszczególnych elementach układu.

Spadek napięcia w transformatorze T₁:

$$\Delta U_{T1} = \frac{P_{T1} \cdot R_{T1} + Q_{T1} \cdot X_{T1}}{U_{nH}} = \frac{8,38 \cdot 10^6 \cdot 4,133 + 1,696 \cdot 10^6 \cdot 90,922}{110 \cdot 10^3} = 1,717 \text{ kV}$$

$$P_{T1} = 8 + 0,18 + 0,2 = 8,38 \text{ MW}$$

$$Q_{T1} = 8 \cdot 0,2 + 0,18 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,3 = 1,69 \text{ Mvar}$$

Spadek napięcia w transformatorze T₂:

$$\Delta U_{T2} = \frac{P_{T2} \cdot R_{T2} + Q_{T2} \cdot X_{T2}}{U_{nH}} = \frac{380 \cdot 10^3 \cdot 4,134 + 96 \cdot 10^3 \cdot 23,259}{15 \cdot 10^3} = 0,254 \text{ kV}$$

$$P_{T2} = 0,18 + 0,2 = 380 \text{ kW}$$

$$Q_{T2} = 180 \cdot 0,2 + 200 \cdot 0,3 = 96 \text{ kvar}$$

Spadek napięcia w linii L₁:

$$\Delta U_{L1} = \frac{P_{L1} \cdot R_{L1} + Q_{L1} \cdot X_{L1}}{U_n} = \frac{380 \cdot 10^3 \cdot 0,929 + 96 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{15 \cdot 10^3} = 31,21 \text{ V}$$

$$P_{L1} = 180 + 200 = 380 \text{ kW}$$

$$Q_{L1} = 180 \cdot 0,2 + 200 \cdot 0,3 = 96 \text{ kvar}$$

Spadek napięcia w linii L₂:

$$\Delta U_{L2} = \frac{P_{L2} \cdot R_{L2} + Q_{L2} \cdot X_{L2}}{U_n} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 0,0858 + 60 \cdot 10^3 \cdot 0,07}{0,4 \cdot 10^3} = 59,8 \text{ V}$$

$$P_{L2} = 200 \text{ kW}$$

$$Q_{L2} = 200 \cdot 0,3 = 96 \text{ kvar}$$

Napięcie w punkcie 2 wyniesie:

$$U_2 = (U_1 - \Delta U_{T1}) \cdot \frac{U_{nT1L}}{U_{nT1H} + p \cdot \delta U_{pT1G}} = (116 - 1,717) \cdot \frac{16,5}{115 + 0,1,278} = 16,397 \text{ kV}$$

$$\delta U_{pT1G} = \frac{\delta g_{p\%}}{100\%} \cdot U_{nT1G} = \frac{1,111}{100} \cdot 115 = 1,278 \text{ kV}$$

$$\delta g_{p\%} = \frac{\delta g_{\%}}{l_p} = \frac{10}{9} = 1,111\%$$

Napięcie w punkcie 3 wyniesie:

$$U_3 = U_2 - \Delta U_{L1} = 16,397 - 0,03121 = 16,366 \text{ kV}$$

Napięcie w punkcie 4 wyniesie:

$$U_4 = (U_3 - \Delta U_{T2}) \cdot \frac{U_{nT2L}}{U_{nT2H} + p \cdot \delta U_{pT2G}} = (16,366 - 0,254) \cdot \frac{0,4}{15,75 + 0 \cdot 0,39375} = 0,409 \text{ kV}$$

$$\delta U_{pT2G} = \frac{\delta g_{p\%}}{100\%} \cdot U_{nT2G} = \frac{2,5}{100} \cdot 15,75 = 0,394 \text{ kV}$$

$$\delta g_{p\%} = \frac{\delta g_{\%}}{l_p} = \frac{5}{2} = 2,5\%$$

Napięcie w punkcie 5 wyniesie:

$$U_5 = U_4 - \Delta U_{L2} = 409 - 59,8 = 349,2 \text{ V}$$

Napięcie minimalne, dopuszczalne w punkcie 5 wynosi $0,9 \cdot U_n = 0,9 \cdot 400 = 360 \text{ V}$.

Aby napięcie w punkcie 5 nie było niższe od 360 V, to napięcie po stronie dolnej transformatora T₂ nie może być niższe od wartości równej 360 V + 59,8 V = 419,8 V. Aby napięcie w punkcie 4 było większe od wartości 419,8 V, transformator T₂ powinien pracować na zaczepie, który można wyznaczyć z zależności:

$$p \leq \frac{(U_3 - \Delta U_{T2}) \cdot U_{nT2L}}{U_{Lmin} \cdot \delta U_{pT2G}} - \frac{U_{nT2H}}{\delta U_{pT2G}} = \frac{(16,366 - 0,254) \cdot 0,4}{0,4198 \cdot 0,394} - \frac{15,75}{0,394} = -1,011$$

Transformator T₂ powinien zatem pracować na zaczepie -2. Napięcie u odbiorcy w punkcie 5 będzie wówczas wyższe od 360 V.

Sprawdzenie:

Jeżeli transformator T₂ będzie pracował na zaczepie numer -2, wówczas napięcie w punkcie 4 wyniesie:

$$U_4 = (U_3 - \Delta U_{T2}) \cdot \frac{U_{nT2L}}{U_{nT2H} + p \cdot \delta U_{pT2G}} = (16,366 - 0,254) \cdot \frac{0,4}{15,75 + (-2) \cdot 0,39375} = 0,431 \text{ kV}$$

Napięcie w punkcie 5 wyniesie:

$$U_5 = U_4 - \Delta U_{L2} = 431 - 59,8 = 371,2 \text{ V}$$

Zatem:

$$\frac{U_5}{U_n} = \frac{371,2}{400} = 0,928 > 0,9$$

Zmiana zaczeu w transformatorze T₂ przyczyniła się do wzrostu napięcia u odbiorcy w punkcie 5 powyżej wartości minimalnej, równej 360 V.

Zadanie 7:

Dany jest układ składający się z linii o napięciu 15 kV, wykonanej przewodem AFL 6 70 o długości 15 km, obciążonej na końcu mocą $\underline{S}=(500+j300)$ kVA. Obliczyć moc baterii kondensatorów równoległych, aby przy wzroście mocy przesyłanej do wartości $\underline{S}=(800+j480)$ kVA spadek napięcia pozostał niezmienny.

Rozwiązanie

Rezystancja i reaktancja linii wyniosą:

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{15000}{34 \cdot 70} = 6,3 \Omega$$

$$X = X' \cdot l = 0,4 \cdot 15 = 6 \Omega$$

Spadek napięcia przed wzrostem obciążenia wyniesie:

$$\Delta U = \frac{P \cdot R + Q \cdot X}{U_n} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 6,3 + 300 \cdot 10^3 \cdot 6}{15 \cdot 10^3} = 330 \text{ V}$$

Spadek napięcia po wzroście obciążenia wyniesie:

$$\Delta U = \frac{P \cdot R + Q \cdot X}{U_n} = \frac{800 \cdot 10^3 \cdot 6,3 + 480 \cdot 10^3 \cdot 6}{15 \cdot 10^3} = 528 \text{ V}$$

Moc baterii kondensatorów, przy której spadek napięcia pozostanie niezmienny, wyniesie:

$$Q_C = \frac{(P_2 - P_1) \cdot R + (Q_2 - Q_1) \cdot X}{X} = \frac{(800 - 500) \cdot 6,3 + (480 - 300) \cdot 6}{6} = 495 \text{ kvar}$$

Spadek napięcia po wzroście obciążenia oraz zastosowaniu dobranej baterii kondensatorów o mocy 495 kvar wyniesie:

$$\Delta U = \frac{P \cdot R + Q \cdot X}{U_n} = \frac{800 \cdot 10^3 \cdot 6,3 + (480 - 495) \cdot 10^3 \cdot 6}{15 \cdot 10^3} = 330 \text{ V}$$

Wartość spadku napięcia pozostaje niezmienną.

W dalszym kroku można sprawdzić, czy bateria kondensatorów o mocy 495 kvar umożliwi spełnienie warunku związanego z dotrzymaniem dopuszczalnego wskaźnika $\text{tg}\varphi=0,4$. Aby spełnić to wymaganie należy wyznaczyć moc baterii kondensatorów z zależności:

$$Q_C = P \left(\text{tg}\varphi - \text{tg}\varphi_{\text{dop}} \right) = 1000 \cdot \left(\frac{480}{800} - 0,4 \right) = 200 \text{ kvar}$$

Warunek dotyczący kompensacji mocy biernej będzie spełniony przy zastosowaniu baterii kondensatorów o mocy równej 200 kvar. Dobrana wcześniej bateria o mocy 495 kvar pozwoli na spełnienie obydwu wymagań jednocześnie.

7. Straty mocy i energii

Zadanie 1:

Obliczyć straty mocy w linii kablowej SN-15 kV o długości 1,5 km, wykonanej kablem 3x(XRUHAKXS 1x120/50) o napięciu znamionowym 8,7/15 kV ułożonym w ziemi w układzie trójkątnym. Przyjąć, że kabel jest obciążony mocą $P = 800$ kW, $\tan \varphi = 0,4$. Do obliczeń przyjąć dane z katalogu (tab.7.1) oraz współczynnik strat dielektrycznych izolacji kabla $\tan \delta = 0,01$.

Tab. 7.1. Dane katalogowe kabla

Liczba i przekrój znamionowy żył	mm ²	1x120/50
Max. rezystancja żył w temp. 20°C	Ω/km	0,2530
Pojemność	μF/km	0,27
Indukcyjność kabla w powietrzu/ w ziemi w układzie trójkąt	mH/km	0,37
Indukcyjność kabla w powietrzu w układzie płaskim	mH/km	0,51
Indukcyjność kabla w ziemi w układzie płaskim	mH/km	0,58

Rozwiązanie

Prąd płynący w linii:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos(\arctan \varphi)} =$$

$$= \frac{800 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot \cos(\arctan(0,4))} = 33,16 \text{ A}$$

Parametry schematu zastępczego linii:

$$R_L = R' \cdot l = 0,253 \cdot 1,5 = 0,380 \Omega$$

$$X_L = X' \cdot l = \omega \cdot L' \cdot l = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,37 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 = 0,174 \Omega$$

$$B_L = B' \cdot l = \omega \cdot C' \cdot l = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,27 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 = 127,2 \mu\text{S}$$

$$G_L = G' \cdot l = \omega \cdot C' \cdot \tan \delta \cdot l = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,27 \cdot 10^{-6} \cdot 0,01 \cdot 1,5 = 1,27 \mu\text{S}$$

Straty mocy czynnej (obciążeniowe i jałowe):

$$\Delta P_o = 3 \cdot I^2 R_L = 3 \cdot 33,16^2 \cdot 0,380 = 1253,5 \text{ W} = 1,25 \text{ kW}$$

$$\Delta P_j = U^2 G_L = (15 \cdot 10^3)^2 \cdot 1,27 \cdot 10^{-6} = 285,8 \text{ W} = 0,29 \text{ kW}$$

Straty mocy biernej (obciążeniowe i jałowe):

$$\Delta Q_o = 3 \cdot I^2 X_L = 3 \cdot 33,16^2 \cdot 0,174 = 574,0 \text{ W} = 0,574 \text{ kvar}$$

$$\Delta Q_j = U^2 B_L = (15 \cdot 10^3)^2 \cdot 127,2 \cdot 10^{-6} = 28,6 \text{ kvar}$$

Zadanie 2:

Straty mocy czynnej w trójfazowej linii niskiego napięcia z przewodem neutralnym – symetrycznej i symetrycznie obciążonej odbiornikami jednofazowymi – wynoszą 250 W. Z powodu wystąpienia przerwy w fazie pierwszej zasilane z niej odbiorniki przełączono do pozostałych „zdrowych” faz. Określić, jak zmieniają się straty mocy w tej linii dla dwóch przypadków – gdy odbiorniki z fazy pierwszej zostały przełączone równomiernie do pozostałych dwóch faz oraz gdy odbiorniki te przełączono do fazy trzeciej.

Rozwiązanie

W sytuacji bazowej opisanej w zadaniu (określimy ją jako przypadek „a”), gdy linia jest symetrycznie obciążona, moduł prądu I_a płynącego w każdej z faz wynosi:

$$I_a = \frac{P_a}{U_f \cdot \cos \varphi}$$

gdzie: P_a – moc odbiornika jednofazowego w przypadku „a”; U_f – napięcie fazowe.

Prądy zespolone w poszczególnych fazach $\underline{I}_{1a}, \underline{I}_{2a}, \underline{I}_{3a}$ i w przewodzie neutralnym $\underline{I}_{Na}$:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{1a} &= I_a e^{j0} = I_a \\ \underline{I}_{2a} &= I_a e^{-j120} = I_a \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ \underline{I}_{3a} &= I_a e^{j120} = I_a \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ \underline{I}_{Na} &= 0\end{aligned}$$

Straty mocy ΔP_a dla przypadku „a” wynoszą:

$$\Delta P_a = 3 I_a^2 R$$

gdzie: R – rezystancja linii.

W sytuacji wystąpienia przerwy w fazie pierwszej, gdy moc odbiorów zostanie rozłożona równomiernie do pozostałych dwóch faz (przypadek „b”), moduł prądu w fazie drugiej i trzeciej zmieni się zgodnie z zależnością:

$$I_{2b} = I_{3b} = \frac{P_b}{U_f \cdot \cos \varphi} = \frac{\frac{3}{2} P_a}{U_f \cdot \cos \varphi} = \frac{3}{2} I_a$$

Rozpływ prądów w fazach $\underline{I}_{1b}, \underline{I}_{2b}, \underline{I}_{3b}$ i w przewodzie neutralnym $\underline{I}_{Nb}$ dla przypadku „b”:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{1b} &= 0 \\ \underline{I}_{2b} &= I_b \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3}{2} I_a \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ \underline{I}_{3b} &= I_b \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3}{2} I_a \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ \underline{I}_{Nb} &= \underline{I}_{1b} + \underline{I}_{2b} + \underline{I}_{3b} = \frac{3}{2} I_a \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{3}{2} I_a \\ I_{2b} &= I_{3b} = I_{Nb} = \frac{3}{2} I_a\end{aligned}$$

Straty mocy przy obciążeniu niesymetrycznym są sumą strat w każdej z faz i w

przewodzie neutralnym. Dla przypadku „b” wynoszą zatem:

$$\Delta P_b = I_{1b}^2 R + I_{2b}^2 R + I_{3b}^2 R + I_{Nb}^2 R = 3 \cdot \left(\frac{3}{2} I_a \right)^2 \cdot R = \frac{27}{4} I_a^2 \cdot R$$

$$\frac{\Delta P_b}{\Delta P_a} = \frac{\frac{27}{4} I_a^2 \cdot R}{3 I_a^2 \cdot R} = \frac{9}{4}$$

$$\Delta P_b = \frac{9}{4} \Delta P_a = \frac{9}{4} \cdot 250 = 562,5 \text{ W}$$

Gdy przerwa wystąpiła w pierwszej fazie, a jej obciążenie zostało przełączone w całości do fazy trzeciej (przypadek „c”), moduły prądów w fazie drugiej i trzeciej wyniosą:

$$I_{2c} = \frac{P_a}{U_f \cdot \cos \varphi} = I_a$$

$$I_{3c} = \frac{2P_a}{U_f \cdot \cos \varphi} = 2I_a$$

Prądy zespolone w poszczególnych fazach $\underline{I}_{1c}, \underline{I}_{2c}, \underline{I}_{3c}$ i w przewodzie neutralnym $\underline{I}_{Nc}$ dla przypadku „c”:

$$\underline{I}_{1c} = 0$$

$$\underline{I}_{2c} = I_a e^{-j120} = I_a \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\underline{I}_{3c} = 2I_a e^{j120} = 2I_a \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\underline{I}_{Nc} = \underline{I}_{1c} + \underline{I}_{2c} + \underline{I}_{3c} = I_a \left(-\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} I_a e^{j150}$$

Moduł prądu w przewodzie neutralnym:

$$I_{Nc} = \sqrt{3} I_a$$

Straty mocy dla przypadku „c”:

$$\Delta P_c = I_{1c}^2 R + I_{2c}^2 R + I_{3c}^2 R + I_{Nc}^2 R = I_a^2 R + (2I_a)^2 R + (\sqrt{3}I_a)^2 R = 8I_a^2 R$$

$$\frac{\Delta P_c}{\Delta P_a} = \frac{8I_a^2 \cdot R}{3I_a^2 \cdot R} = \frac{8}{3}$$

$$\Delta P_c = \frac{8}{3} \Delta P_a = \frac{8}{3} \cdot 250 = 666,67 \text{ W}$$

Zadanie 3:

W stacji rozdzielczej 15/0,4 kV zainstalowane są trzy jednakowe transformatory 630 kVA o danych: $u_{2\%} = 6\%$, $\Delta P_{Cu} = 7 \text{ kW}$, $\Delta P_{Fe} = 1,5 \text{ kW}$. Stacja obciążona jest mocą $S_{obc} = 600 \text{ kVA}$. Wyznaczyć, ile transformatorów powinno pracować, by straty mocy czynnej były jak najniższe.

Rozwiązanie

Całkowite straty mocy czynnej dla transformatora można obliczyć z zależności:

$$\Delta P_T = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2$$

Dla układu dwóch jednakowych transformatorów zależność ta przybierze postać:

$$\Delta P_{2T} = 2\Delta P_{Fe} + 2\Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{2S_{nT}} \right)^2 = 2\Delta P_{Fe} + \frac{1}{2}\Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2$$

Ogólna zależność na straty mocy czynnej w układzie k transformatorów pracujących równocześnie:

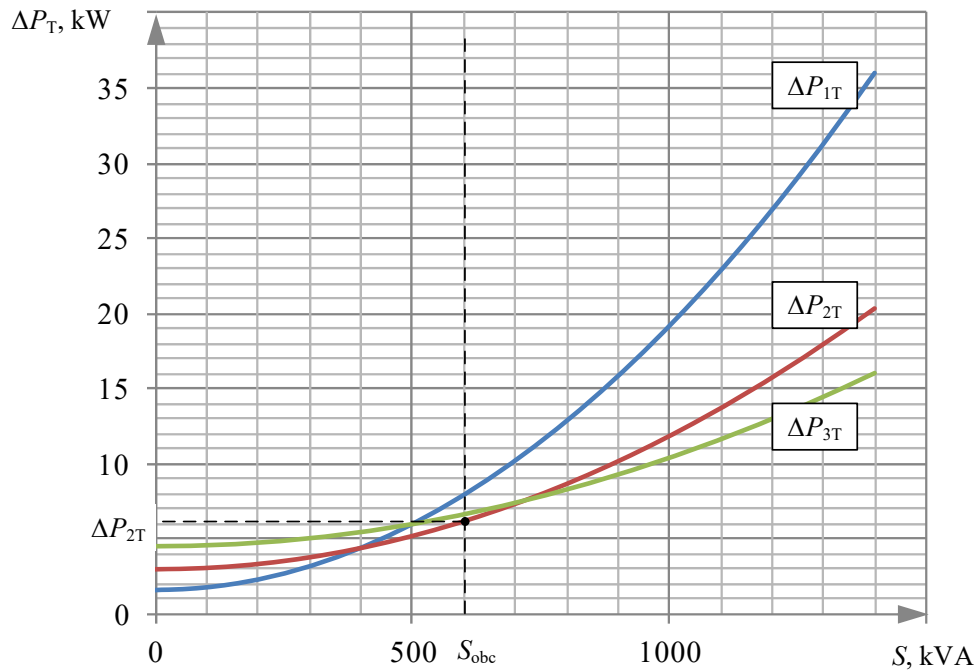
$$\Delta P_{kT} = k\Delta P_{Fe} + \frac{1}{k}\Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2 \quad (7.1)$$

Straty mocy czynnej dla wszystkich możliwych konfiguracji pracy stacji (ΔP_{1T} , ΔP_{2T} , ΔP_{3T}):

$$\Delta P_{1T} = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2 = 1,5 + 7 \cdot \left(\frac{600}{630} \right)^2 = 7,85 \text{ kW}$$

$$\Delta P_{2T} = 2\Delta P_{Fe} + \frac{1}{2}\Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2 = 2 \cdot 1,5 + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \left(\frac{600}{630} \right)^2 = 6,17 \text{ kW}$$

$$\Delta P_{3T} = 3\Delta P_{Fe} + \frac{1}{3}\Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2 = 3 \cdot 1,5 + \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot \left(\frac{600}{630} \right)^2 = 6,62 \text{ kW}$$



Rys 7.1. Całkowite straty mocy czynnej dla jednego, dwóch oraz trzech transformatorów (pracujących równolegle) w funkcji mocy obciążenia stacji [9]

Ponieważ $\Delta P_{2T} < \Delta P_{3T} < \Delta P_{1T}$, należy wybrać układ dwóch transformatorów. Rozwiązanie graficzne zadania – zależność całkowitych strat mocy dla rozważanych konfiguracji stacji w funkcji obciążenia – przedstawiono na wykresie (rys. 7.1).

Innym sposobem na rozwiązanie powyższego zadania jest skorzystanie z ogólnej zależności na wyznaczenie liczby k transformatorów, która zapewniłaby uzyskanie najniższych strat mocy w danych warunkach obciążenia mocą pozorną S . Zależność tę wyprowadzimy, poszukując minimum funkcji ΔP_{kT} :

$$\Delta P_{kT} = k\Delta P_{Fe} + \frac{1}{k}\Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2$$

W tym celu należy zróżniczkować wyrażenie (7.1) względem k :

$$\frac{\partial(\Delta P_{kT})}{\partial k} = \Delta P_{Fe} - \frac{1}{k^2} \Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2$$

Ponieważ znak drugiej pochodnej $\frac{\partial^2(\Delta P_{kT})}{\partial k^2}$ jest dodatni, funkcja ΔP_{kT} osiąga minimum, gdy przyrównamy powyższą zależność do zera:

$$\Delta P_{Fe} - \frac{1}{k^2} \Delta P_{Cu} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2 = 0$$

Stąd, po przekształceniach, otrzymujemy zależność na liczbę k transformatorów, których praca jednoczesna zapewni najniższe straty mocy:

$$k = \frac{S}{S_{nT}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta P_{Cu}}{\Delta P_{Fe}}} \quad (7.2)$$

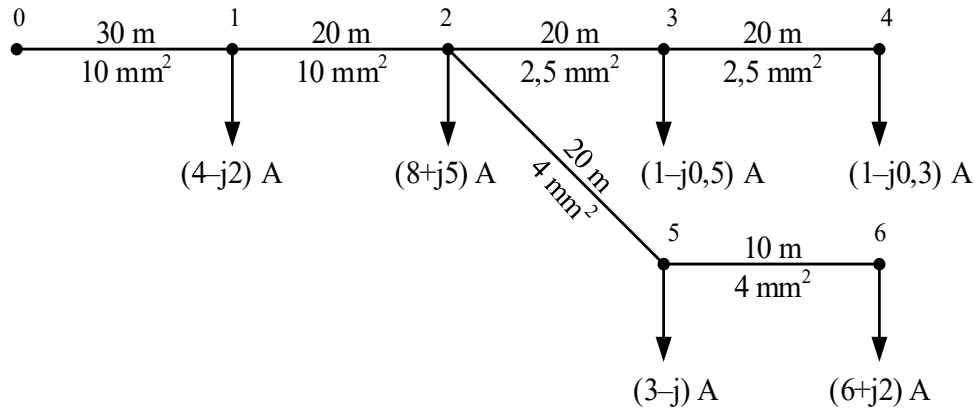
Podstawiając dane z zadania, otrzymujemy:

$$k = \frac{S}{S_{nT}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta P_{Cu}}{\Delta P_{Fe}}} = \frac{600}{630} \sqrt{\frac{7}{1,5}} = 2,06$$

Wybierając najbliższą liczbę całkowitą, otrzymujemy wynik zgodny z uzyskanym w pierwszym sposobie obliczeń: $k = 2$.

Zadanie 4:

Obliczyć straty mocy w jednofazowej linii niskiego napięcia pokazanej na schemacie (rys.7.2). Przyjąć uproszczenia dla linii I rodzaju oraz stałą wartość napięcia we wszystkich węzłach. Żyłą linii wykonana jest z miedzi, pozostałe parametry linii i odbiorów wrysowano na schemacie.



Rys 7.2. Schemat jednofazowej linii nn [9]

Rozwiązanie

Linie należy traktować jako linię I rodzaju, co oznacza, że jej schemat zastępczy zawiera jedynie rezystancję w gałęzi podłużnej. W związku z tym należy obliczyć tylko obciążeniowe straty mocy czynnej:

$$\Delta P_o = 2 \cdot (I_{01}^2 R_{01} + I_{12}^2 R_{12} + \dots + I_{(n-1)n}^2 R_{(n-1)n})$$

Straty mocy wyznaczamy zawsze w całej linii, a nie – jak w przypadku wyznaczania maksymalnego spadku napięcia – w pojedynczych gałęziach. W związku z tym powyższa zależność dla rozważanego schematu linii przybierze postać:

$$\Delta P_o = 2 \cdot (I_{01}^2 R_{01} + I_{12}^2 R_{12} + I_{23}^2 R_{23} + I_{34}^2 R_{34} + I_{25}^2 R_{25} + I_{56}^2 R_{56})$$

Rezystancje schematu zastępczego dla poszczególnych odcinków:

$$R_{01} = \frac{l_{01}}{\gamma_{Cu} \cdot s_{01}} = \frac{30}{55 \cdot 10} = 0,06 \Omega$$

$$R_{34} = \frac{20}{55 \cdot 2,5} = 0,15 \Omega$$

$$R_{12} = \frac{20}{55 \cdot 10} = 0,04 \Omega$$

$$R_{25} = \frac{20}{55 \cdot 4} = 0,09 \Omega$$

$$R_{23} = \frac{20}{55 \cdot 2,5} = 0,15 \Omega$$

$$R_{56} = \frac{10}{55 \cdot 4} = 0,05 \Omega$$

Rozpływ prądów w linii:

$$\underline{I}_{34} = \underline{I}_4 = (1 - j0,3) \text{ A}$$

$$I_{34} = |\underline{I}_{34}| = 1,04 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{23} = \underline{I}_{34} + \underline{I}_3 = (1 - j0,3) + (1 - j0,5) = (2 - j0,8) \text{ A}$$

$$I_{23} = |\underline{I}_{23}| = 2,15 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{56} = \underline{I}_6 = (6 + j2) \text{ A}$$

$$I_{56} = |\underline{I}_{56}| = 6,32 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{25} = \underline{I}_{56} + \underline{I}_5 = (6 + j2) + (3 - j) = (9 + j) \text{ A}$$

$$I_{25} = |\underline{I}_{25}| = 9,06 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_{23} + \underline{I}_{25} + \underline{I}_2 = (2 - j0,8) + (9 + j) + (8 + j5) = (19 + j5,2) \text{ A}$$

$$I_{12} = |\underline{I}_{12}| = 19,7 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{01} = \underline{I}_{12} + \underline{I}_1 = (19 + j5,2) + (4 - j2) = (23 + j3,2) \text{ A}$$

$$I_{01} = |\underline{I}_{01}| = 23,2 \text{ A}$$

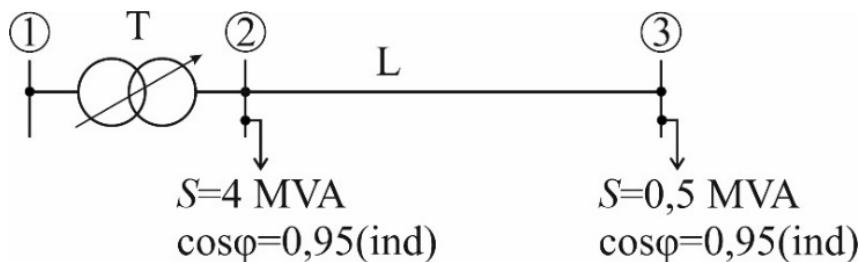
Obciążeniowe straty mocy czynnej:

$$\Delta P_o = 2 \cdot (I_{01}^2 R_{01} + I_{12}^2 R_{12} + I_{23}^2 R_{23} + I_{34}^2 R_{34} + I_{25}^2 R_{25} + I_{56}^2 R_{56})$$

$$\Delta P_o = 2 \cdot (23,2^2 \cdot 0,055 + 19,7^2 \cdot 0,036 + 2,15^2 \cdot 0,145 + 1,04^2 \cdot 0,145 + 9,06^2 \cdot 0,091 + 6,32^2 \cdot 0,045) = 107,34 \text{ W}$$

Zadanie 5:

Należy obliczyć całkowite straty mocy czynnej i biernej w układzie sieciowym widocznym na Rys.7.3.



Rys. 7.3. Schemat układu sieciowego [9]

Dane elementów układu sieciowego:

$$T: S_n = 6,3 \text{ MVA}, \vartheta = \frac{115 \text{ kV}}{16,5 \text{ kV}}, u_K = 11\%, \Delta P_{\text{Cun}} = 42 \text{ kW}, \Delta P_{\text{Fe}} = 8 \text{ kW}, i_0 = 0,5\%.$$

$$L: l = 10 \text{ km}, X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}, \gamma = 34 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}, \text{AFL 6-70}, U_n = 15 \text{ kV}.$$

W pierwszej kolejności obliczone zostaną całkowite straty mocy w linii. W tym celu należy wyznaczyć parametry linii SN, czyli rezystancję i reaktancję. Parametry poprzeczne zostaną pominięte.

$$R_L = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{10000}{34 \cdot 70} = 4,2 \, \Omega, \quad X_L = X' \cdot l = 0,4 \cdot 10 = 4 \, \Omega$$

$$\Delta P_L = \frac{S^2}{U^2} \cdot R_L = \frac{(0,5 \cdot 10^6)^2}{(15 \cdot 10^3)^2} \cdot 4,2 = 4,67 \, \text{kW}$$

$$\Delta Q_L = \frac{S^2}{U^2} \cdot X_L = \frac{(0,5 \cdot 10^6)^2}{(15 \cdot 10^3)^2} \cdot 4 = 4,44 \, \text{kvar}$$

W kolejnym kroku wyznaczone zostaną całkowite straty mocy czynnej i biernej w transformatorze.

Moc czynna i bierna obciążająca transformator jest równa sumie mocy czynnych i biernych pobieranych w węzłach 2 i 3 oraz strat mocy czynnej i biernej w linii:

$$P = P_2 + P_3 + \Delta P_L$$

$$P = 4 \cdot 10^6 \cdot 0,95 + 0,5 \cdot 10^6 \cdot 0,95 + 4,67 \cdot 10^3 = 4,28 \, \text{MW}$$

$$Q = Q_2 + Q_3 + \Delta Q_L$$

$$Q = 4 \cdot 10^6 \cdot 0,312 + 0,5 \cdot 10^6 \cdot 0,312 + 4,44 \cdot 10^3 = 1,41 \, \text{Mvar}$$

Moc pozorna obciążająca transformator wynosi:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 4,506 \, \text{MVA}$$

Całkowite straty mocy czynnej i biernej w transformatorze wyniosą:

$$\Delta P_T = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{Cun} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2 = 8 \cdot 10^3 + 42 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{4,506 \cdot 10^6}{6,3 \cdot 10^6} \right)^2 = 29,49 \text{ kW}$$

$$\Delta Q_T = \frac{i_0 \cdot S_{nT}}{100} + \frac{u_K \cdot S^2}{100 \cdot S_{nT}} = \frac{0,5 \cdot 6,3 \cdot 10^6}{100} + \frac{11 \cdot (4,506 \cdot 10^6)^2}{100 \cdot 6,3 \cdot 10^6} = 386,01 \text{ kvar}$$

Całkowite straty mocy czynnej i biernej w układzie wyniosą:

$$\Delta P = \Delta P_T + \Delta P_L = 4,667 \cdot 10^3 + 29,486 \cdot 10^3 = 34,15 \text{ kW}$$

$$\Delta Q = \Delta Q_T + \Delta Q_L = 4,444 \cdot 10^3 + 386,014 \cdot 10^3 = 390,46 \text{ kvar}.$$

Zadanie 6:

Transformator 110/SN o mocy 25 MVA pracuje przy zmiennym obciążeniu z mocą szczytową 12 MVA i $\cos \varphi = 0,8$. Analiza obciążenia wykazała, że czas użytkowania mocy szczytowej wynosi $T_s = 3000 \text{ h}$. Należy wyznaczyć roczne straty energii w tym transformatorze wiedząc dodatkowo, że: $\Delta P_{Cun} = 130 \text{ kW}$, $\Delta P_{Fe} = 14 \text{ kW}$.

Rozwiązanie

Roczne straty energii składają się z dwóch składników – strat obciążeniowych oraz strat w żelazie. Strat obciążeniowe wyznacza się na podstawie strat od mocy szczytowej i czasu trwania strat maksymalnych. Zatem:

$$\Delta P_s = \Delta P_{Cun} \cdot \left(\frac{S}{S_{nT}} \right)^2 = 130 \cdot \left(\frac{12}{25} \right)^2 = 29,9 \text{ kW}$$

$$\tau_s = \frac{2}{3} \cdot T_s = \frac{2}{3} \cdot 3000 = 2000 \text{ h}$$

$$\Delta A_s = \Delta P_s \cdot \tau_s = 29,9 \cdot 3000 = 89\,856 \text{ kWh} = 89,86 \text{ MWh}$$

Straty w żelazie wyznacza się przy założeniu, że transformator przez cały rok znajduje się pod napięciem:

$$\Delta A_{Fe} = \Delta P_{Fe} \cdot \tau_s = 14 \cdot 8760 = 122\,640 \text{ kWh} = 122,64 \text{ MWh}$$

Warto zauważyć, że aczkolwiek straty mocy w żelazie są dziewięciokrotnie niższe od znamionowych strat w uzwojeniach transformatora, to jednak roczne straty energii dla rdzenia transformatora są wyraźnie wyższe od strat w uzwojeniu. Wynika to ze zmienności obciążenia transformatora i faktu jego przyłączenia do sieci przez cały rok. Sumaryczne roczne straty energii w transformatorze wynoszą:

$$\Delta A_T = \Delta A_S + \Delta A_{Fe} = 89,9 + 122,6 = 212,5 \text{ MWh}$$

Przy koszcie energii wynoszącym 500 zł/MWh, roczny koszt strat w transformatorze wyniesie 106 tys. zł., co stanowi ok.3% jego wartości.

Zadanie 7:

Obliczyć roczne straty energii oraz względne roczne straty energii w linii napowietrznej 15 kV o danych: $l = 30 \text{ km}$, $s = 70 \text{ mm}^2$, $\gamma_{Al} = 34 \text{ m}/\Omega \cdot \text{mm}^2$. Ilość energii przesyłanej linią w ciągu roku wynosi $A_r = 8000 \text{ MWh}$, współczynnik mocy obciążenia $\cos \varphi = 0,8$. Czas trwania maksymalnych strat przyjąć według wzoru Eimera: $\tau_s = \frac{2}{3} \cdot T_s$. Do wyznaczenia mocy szczytowej przyjąć prąd dopuszczalny długotrwale dla przewodów linii: $I_{dd} = 90 \text{ A}$.

Rozwiązanie

Ponieważ rozważana jest linia średniego napięcia dlatego też straty poprzeczne, związane z konduktancją linii, zostaną pominięte. Roczne straty energii można wyznaczyć zatem, korzystając z zależności $\Delta A = \Delta P_s \cdot \tau_s$. Maksymalne straty mocy czynnej wynoszą:

$$\Delta P_s = 3 \cdot I_{dd}^2 \cdot R_L, \quad \tau_s = \frac{2}{3} \cdot T_s, \quad T_s = \frac{A_r}{P_s}.$$

Parametry wzdłużne schematu zastępczego linii wynoszą:

$$R_L = \frac{l}{\gamma_{Al} \cdot s} = \frac{30 \cdot 10^3}{34 \cdot 70} = 12,61 \, \Omega.$$

Obciążeniowe straty mocy czynnej przy maksymalnym obciążeniu wyniosą:

$$\Delta P_s = 3 \cdot I_{dd}^2 \cdot R_L = 3 \cdot 90^2 \cdot 12,61 = 306,42 \, \text{kW}.$$

Moc szczytowa wyniesie:

$$P_s = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_{dd} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot 0,8 = 1,87 \, \text{MW}.$$

Czas użytkowania mocy szczytowej wyniesie:

$$T_s = \frac{A_r}{P_s} = \frac{8000}{1,8706} = 4277 \, \text{h}.$$

Czas trwania strat maksymalnych wyniesie:

$$\tau_s = \frac{2}{3} \cdot T_s = \frac{2}{3} \cdot 4277 = 2851 \, \text{h}.$$

Roczne straty energii wyniosą:

$$\Delta A_r = \Delta P_s \cdot \tau_s = 306,4 \cdot 2851 = 873612 \, \text{kWh} = 873,61 \, \text{MWh}.$$

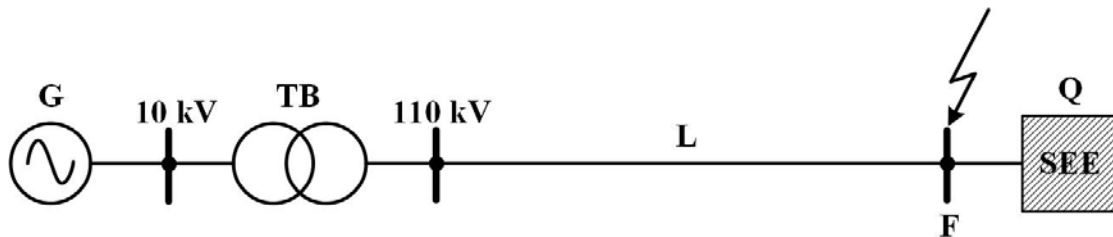
Względne straty energii wyniosą:

$$\frac{\Delta A_r}{A_r} \cdot 100\% = \frac{873,6}{8000} \cdot 100\% = 10,92\%.$$

8. Zwarcia

Zadanie 1:

Dla systemu przedstawionego na rysunku obliczyć maksymalny początkowy prąd zwarcia trójfazowego w węźle *F*. Obliczenia wykonać w sposób uproszczony. Pominąć rezystancję elementów.



Rys 8.1. Schemat układu [9]

Dane:

System zasilający (Q) – $S''_{KQ} = 2000 \text{ MVA}$, $U_n = 110 \text{ kV}$

Generator (G) – $S_{nG} = 150 \text{ MVA}$, $U_{nG} = 10,5 \text{ kV}$, $X''_{d\%} = 12\%$

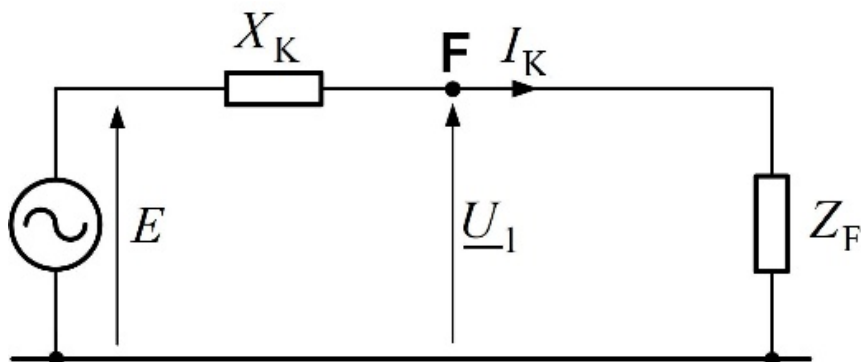
Transformator blokowy (TB) – $S_{nT} = 160 \text{ MVA}$, $\vartheta = \frac{121}{10,5} \text{ kV/kV}$, $\Delta u_{z\%} = 10\%$

Linia (L) – AFL 6-240, $l = 20 \text{ km}$, $U_n = 110 \text{ kV}$, $X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}$

Zadanie można rozwiązać dwoma sposobami:

- a) Zwinięcie układu do jednej reaktancji zwarcia X_K . Schemat elektryczny układu przedstawiono poniżej. Prąd zwarcia trójfazowego można wyznaczyć w oparciu o twierdzenie Thevenina. Twierdzenie to polega na zastąpieniu rozpatrywanego obwodu elektrycznego przez równoważny obwód, zawierający idealne źródło

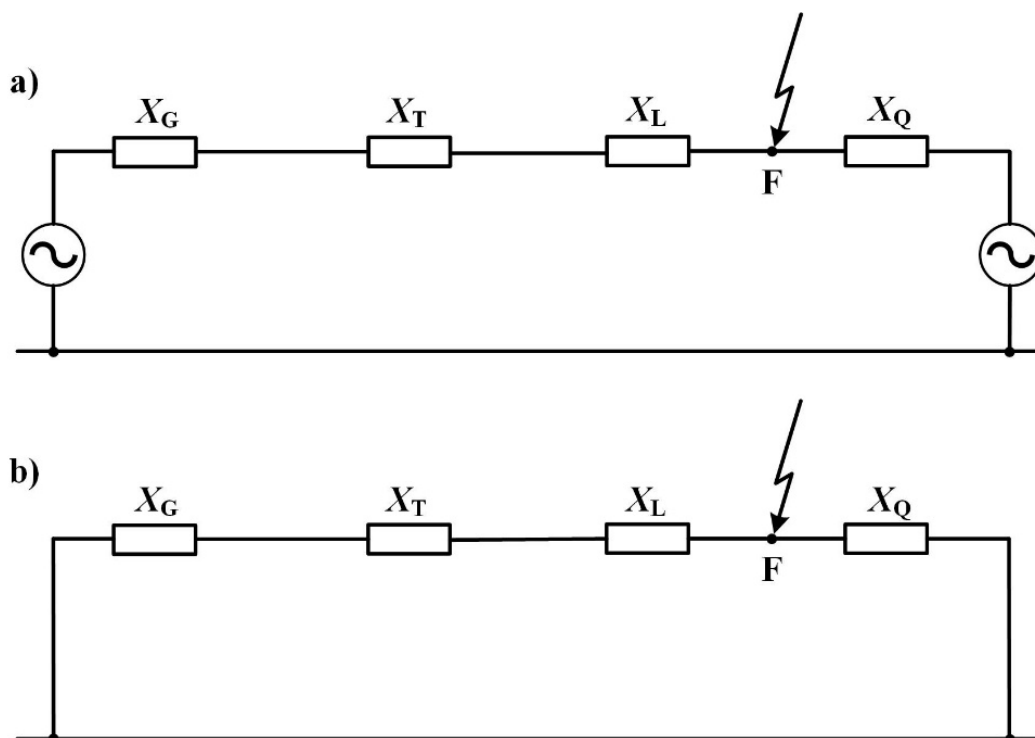
napięcia (o wartości $E = \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3}}$, równej napięciu w stanie przed zwarcie) i szeregowej impedancji zastępczej Z_K , widzianej od strony wybranych zacisków.



Rys 8.2 Schemat zastępczy wynikający z twierdzenia Thevenina

Z_F – impedancja przejścia (w niniejszym przykładzie zakładamy zwarcie metaliczne – $Z_F=0$).

Zgodnie z normą PN-EN 60909 [10] przyjmuje się, że napięcie znamionowe skorygowane jest o współczynnik napięciowy „c”.



Rys 8.3 Schemat układu a) schemat sieci składowej symetrycznej zgodnej b) schemat pasywny sieci składowej symetrycznej zgodnej

Rozwiązanie a)

Reaktancje elementów, przeliczone na poziom 110 kV (czyli napięcie, na poziomie którego wystąpiło zwarcie).

$$\text{System (Q): } X_Q = \frac{c \cdot U_n^2}{S_{KQ}''} = \frac{1,1 \cdot (110 \cdot 10^3)^2}{2000 \cdot 10^6} = 6,66 \, \Omega$$

$$\text{Generator (G): } X_G = \frac{X_{d\%}''}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_{ng}} \cdot 9_{TB}^2 = \frac{12 \cdot (10,5 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 150 \cdot 10^6} \cdot \left(\frac{121 \cdot 10^3}{10,5 \cdot 10^3} \right)^2 = 11,71 \, \Omega$$

$$\text{Transformator (TB): } X_T = \frac{\Delta u_{z\%}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_{nT}} = \frac{10 \cdot (121 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 160 \cdot 10^6} = 9,15 \, \Omega$$

$$\text{Linia (L): } X_L = X' \cdot l = 0,4 \cdot 20 = 8 \, \Omega$$

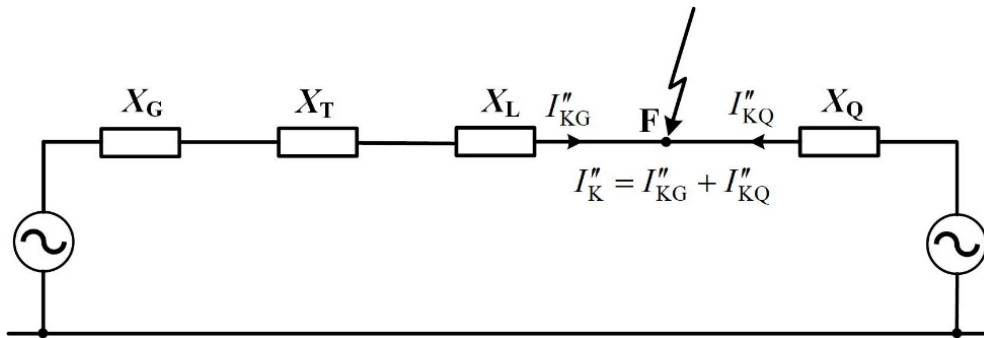
Poniżej wyznaczona została reaktancja zwarcia oraz początkowy prąd zwarcia (do wzorów podstawiono wartości obliczone powyżej). Liczona jest maksymalna wartość początkowego prądu zwarcia, z tego względu za współczynnik napięciowy c podstawiono wartość 1,1.

$$\begin{aligned} X_K &= (X_G + X_T + X_L) \parallel X_Q = \frac{(X_G + X_T + X_L) \cdot X_Q}{X_G + X_T + X_L + X_Q} = \\ &= \frac{(11,71 + 9,15 + 8) \cdot 6,66}{11,71 + 9,15 + 8 + 6,66} = 5,42 \, \Omega \\ I_K'' &= \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot X_K} = \frac{1,1 \cdot 110 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 5,42} = 12,91 \, \text{kA} \end{aligned}$$

Dodatkowo można wyznaczyć wartość prądu udarowego. Zakładając, że stosunek rezystancji do reaktancji zwarcia wynosi 0,1 (przyjmowana wartość średnia w sieciach WN), prąd udarowy wyniesie:

$$\begin{aligned} \chi &= 1,02 + 0,98 \cdot e^{-3 \cdot 0,1} = 1,746 \\ i_p &= \sqrt{2} \cdot \chi \cdot I_K'' = 31,9 \, \text{kA} \end{aligned}$$

- b) Wyznaczenie udziałów prądów zwarciovych od systemu i generatora, a następnie zsumowanie. Schemat elektryczny układu przedstawiono poniżej:



Rys 8.4. Schemat układu [2]

Rozwiązanie b):

$$X_{KG} = X_G + X_T + X_L = 11,71 + 9,15 + 8 = 28,86 \, \Omega$$

$$I''_{KG} = \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot X_{KG}} = \frac{1,1 \cdot 110 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 28,86} = 2,42 \, \text{kA}$$

$$X_{KQ} = X_Q = 6,66 \, \Omega$$

$$I''_{KQ} = \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot X_{KQ}} = \frac{1,1 \cdot 110 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6,66} = 10,49 \, \text{kA}$$

$$I''_K = I''_{KG} + I''_{KQ} = 2,421 + 10,49 = 12,91 \, \text{kA}$$

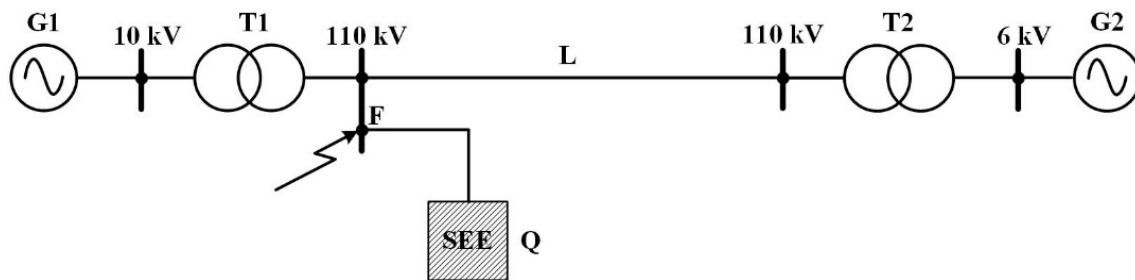
gdzie:

I''_{KG} – udział prądu zwarciovego od generatora,

I''_{KQ} – udział prądu zwarciovego od systemu.

Zadanie 2:

Dla systemu przedstawionego na rysunku obliczyć maksymalny początkowy prąd zwarcia trójfazowego w węźle *F*. Obliczenia wykonać w sposób uproszczony. Pominąć rezystancję elementów.



Rys 8.5 Schemat układu [2]

Dane:

generator G1: $S_{nG} = 25 \text{ MVA}$, $U_{nG} = 10,5 \text{ kV}$, $X''_{d\%} = 12\%$

generator G2: $S_{nG} = 10 \text{ MVA}$, $U_{nG} = 6,3 \text{ kV}$, $X''_{d\%} = 16\%$

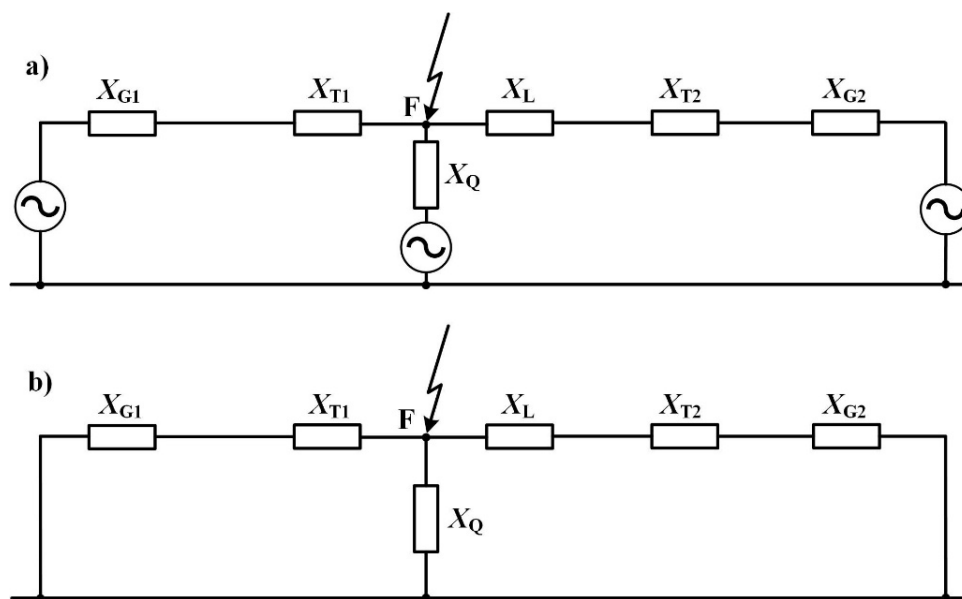
moc zwarciowa systemu zewnętrznego: $S''_{KQ} = 2500 \text{ MVA}$

transformator T1: $S_{nT} = 40 \text{ MVA}$, $\Delta u_{z\%} = 10\%$, $U_{nH} = 115 \text{ kV}$, $U_{nL} = 11 \text{ kV}$

transformator T2: $S_{nT} = 25 \text{ MVA}$, $\Delta u_{z\%} = 10\%$, $U_{nH} = 115 \text{ kV}$, $U_{nL} = 6,3 \text{ kV}$

linia L: $X' = 0,4 \Omega/\text{km}$, $U_{nL} = 110 \text{ kV}$, $l = 25 \text{ km}$

Rozwiązanie



Rys 8.6. Schemat układu a) schemat sieci składowej symetrycznej zgodnej b) schemat pasywny sieci składowej symetrycznej zgodnej [2]

Generator G1

- reaktancja generatora G1

$$X_{G1} = \frac{X''_{d\%}}{100} \cdot \frac{U_{nG1}^2}{S_{nG1}} = \frac{12}{100} \cdot \frac{(10,5 \cdot 10^3)^2}{25 \cdot 10^6} = 0,53 \, \Omega,$$

- reaktancja generatora G1 przeliczona na poziom napięcia 110 kV

$$X_{G1(110kV)} = X_{G1} \cdot \left(\frac{U_{nHT1}}{U_{nLT1}} \right)^2 = 0,53 \cdot \left(\frac{115 \cdot 10^3}{11 \cdot 10^3} \right)^2 = 57,84 \, \Omega$$

Generator G2

- reaktancja generatora G2

$$X_{G2} = \frac{X''_{d\%}}{100} \cdot \frac{U_{nG2}^2}{S_{nG2}} = \frac{16}{100} \cdot \frac{(6,3 \cdot 10^3)^2}{10 \cdot 10^6} = 0,64 \, \Omega$$

- reaktancja generatora G2 przeliczona na poziom napięcia 110 kV

$$X_{G2(110kV)} = X_{G2} \cdot \left(\frac{U_{nHT2}}{U_{nLT2}} \right)^2 = 0,64 \cdot \left(\frac{115 \cdot 10^3}{6,3 \cdot 10^3} \right)^2 = 211,59 \, \Omega$$

System zewnętrzny Q

- reaktancja SEE

$$X_Q = \frac{1,1 \cdot U_{nQ}^2}{S''_{KQ}} = \frac{1,1 \cdot (110 \cdot 10^3)^2}{2500 \cdot 10^6} = 5,32 \, \Omega$$

Transformator T1

- reaktancja transformatora T1,

$$X_{T1} = \frac{\Delta u_{z\%}}{100} \cdot \frac{U_{nHT1}^2}{S_{nT1}} = \frac{10}{100} \cdot \frac{(115 \cdot 10^3)^2}{40 \cdot 10^6} = 33,06 \, \Omega$$

Transformator T2

- reaktancja transformatora T2,

$$X_{T2} = \frac{\Delta u_{z\%}}{100} \cdot \frac{U_{nHT2}^2}{S_{nT2}} = \frac{10}{100} \cdot \frac{(115 \cdot 10^3)^2}{25 \cdot 10^6} = 52,9 \Omega$$

Linia

- reaktancja zwarcia linii

$$X_L = X' \cdot l = 0,4 \cdot 25 = 10 \Omega$$

Reaktancja zwarcia układu:

$$X_K = \left[\left(X_{G1(110kV)} + X_{T1} \right) \parallel X_Q \right] \parallel \left(X_L + X_{T2} + X_{G2(110kV)} \right)$$

$$X_K = \frac{\left(\frac{(X_{G1(110kV)} + X_{T1}) \cdot X_Q}{(X_{G1(110kV)} + X_{T1} + X_Q)} \cdot (X_L + X_{T2} + X_{G2(110kV)}) \right)}{\left(\frac{(X_{G1(110kV)} + X_{T1}) \cdot X_Q}{(X_{G1(110kV)} + X_{T1} + X_Q)} + X_L + X_{T2} + X_{G2(110kV)} \right)}$$

$$X_K = \frac{\frac{(57,84 + 33,06) \cdot 5,324}{(57,84 + 33,06 + 5,324)} \cdot (10 + 52,9 + 211,587)}{\frac{(57,84 + 33,06) \cdot 5,324}{(57,84 + 33,06 + 5,324)} + 10 + 52,9 + 211,587} = 4,94 \Omega$$

$$I_K'' = \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot X_K} = \frac{1,1 \cdot 110 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 4,94} = 14,15 \text{ kA}$$

Zakładając, że stosunek rezystancji do reaktancji zwarcia wynosi 0,1, można wyznaczyć dodatkowo prąd udarowy:

$$\chi = 1,02 + 0,98 \cdot e^{-3 \cdot 0,1} = 1,75$$

$$i_p = \sqrt{2} \cdot \chi \cdot I_K'' = 34,93 \text{ kA}$$

Zadanie 3:

Dla systemu o podanych danych i przedstawionego na rysunku obliczyć maksymalny

108



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

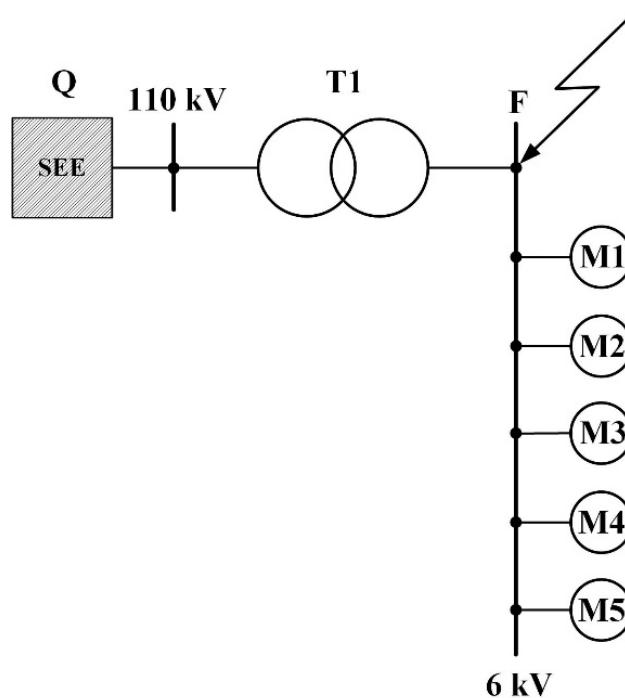
początkowy prąd zwarcia trójfazowego w węźle F , prąd udarowy oraz cieplny.

System zastępczy (Q) 110 kV: $S''_{KQ} = 2500 \text{ MVA}$, $\frac{R_Q}{X_Q} = 0,1$

Transformator (T1): $S_{nT} = 31,5 \text{ MVA}$, $\vartheta = 115 / 6,3 \text{ kV/kV}$
 $\Delta u_{Z\%} = 12\%$, $\Delta P_{Cu\%} = 0,42 \%$

Silniki (M1:M5): $P_{nM} = 2 \text{ MW}$, $U_{nM} = 6 \text{ kV}$

$\cos \varphi = 0,93$, $\eta = 0,97$, $p = 2$, $\frac{I_{LR}}{I_{nM}} = 6$



Rys 8.7. Schemat układu [2]

Rozwiązanie

$$\text{System zasilający (Q): } X_Q = \frac{c \cdot U_n^2}{S''_{KQ}} \cdot \frac{1}{\vartheta^2} = \frac{1,1 \cdot (110 \cdot 10^3)^2}{2500 \cdot 10^6} \cdot \frac{1}{\left(\frac{115 \cdot 10^3}{6,3 \cdot 10^3}\right)^2} = 0,016 \, \Omega$$

$$R_Q = 0,1 \cdot X_Q = 0,1 \cdot 0,016 = 0,0016 \, \Omega$$

$$\text{Transformator (T1):} \quad R_T = \frac{\Delta P_{Cu\%}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_{nT}} = \frac{0,42 \cdot (6,3 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 31,5 \cdot 10^6} = 0,0053 \, \Omega$$

$$X_T = \frac{\Delta u_{z\%}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_{nT}} = \frac{12 \cdot (6,3 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 31,5 \cdot 10^6} = 0,15 \, \Omega$$

$$R_K = R_Q + R_T = 0,0069 \, \Omega$$

$$X_K = X_Q + X_T = 0,17 \, \Omega$$

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_K^2} = 0,17 \, \Omega$$

$$I''_{KQ} = \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot Z_K} = \frac{1,1 \cdot 6 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 0,1673} = 22,77 \, \text{kA}$$

Prąd udarowy od systemu można wyznaczyć z zależności [11]:

$$\chi = 1,02 + 0,98 \cdot e^{-3 \cdot \frac{R_K}{X_K}} = 1,02 + 0,98 \cdot e^{-3 \cdot \frac{0,069}{0,1672}} = 1,89$$

$$i_{pQ} = \sqrt{2} \cdot \chi \cdot I''_K = 60,75 \, \text{kA}$$

Impedancje każdego z silników M1:M5 wyznaczone zostały poniżej:

$$Z_{KM} = \frac{1}{\frac{I_{LR}}{I_{nM}}} \cdot \frac{U_{nM}^2}{\frac{P_{nM}}{\sqrt{3} \cdot \eta \cdot \cos \varphi}} = \frac{(6 \cdot 10^3)^2}{6 \cdot \frac{2 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 0,97 \cdot 0,93}} = 4,69 \, \Omega$$

$$X_{KM} = 0,995 \cdot Z_{KM} = 0,99 \cdot 4,69 = 4,66 \, \Omega$$

$$R_{KM} = 0,1 \cdot X_{KM} = 0,1 \cdot 4,66 = 0,47 \, \Omega$$

Udział prądu zwarciovego od każdego z silników M1:M5:

$$Z_{KM} = \sqrt{R_{KM}^2 + X_{KM}^2} = \sqrt{0,47^2 + 4,67^2} = 4,69 \, \Omega$$

$$I''_{KM} = \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot Z_{KM}} = \frac{1,1 \cdot 6 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 4,69} = 0,81 \text{ kA}$$

Prąd udarowy od każdego z silników M1:M5 można wyznaczyć z zależności:

$$\chi = 1,02 + 0,98 \cdot e^{-3 \cdot \frac{R_K}{X_K}} = 1,02 + 0,98 \cdot e^{-3 \cdot 0,1} = 1,75$$

$$i_{pM} = \sqrt{2} \cdot \chi \cdot I''_{KM} = 2,007 \text{ kA}$$

Całkowity, początkowy prąd zwarcia trójfazowego wynosi:

$$I''_K = I''_{KQ} + 5 \cdot I''_{KM} = 22,77 + 5 \cdot 0,813 = 26,84 \text{ kA}$$

Całkowity, udarowy prąd zwarcia trójfazowego wynosi:

$$i_p = i_{pQ} + 5 \cdot i_{pM} = 60,75 + 5 \cdot 2,007 = 70,79 \text{ kA}$$

Całkowitego cieplnego prądu zwarcia trójfazowego nie można wyznaczyć sumując efekty cieplne od systemu i silników ze względu na to, że efekt cieplny jest proporcjonalny do kwadratu prądu. Zatem, należy wyznaczyć zastępcze współczynniki

$\frac{I''_K}{I_K}$ oraz χ :

$$\frac{I''_K}{I_K} = \frac{26,84}{22,77} = 1,18, \quad \chi = \frac{i_p}{\sqrt{2} \cdot I''_K} = \frac{70,786 \cdot 10^3}{\sqrt{2} \cdot 26,84 \cdot 10^3} = 1,86$$

Na podstawie wartości powyższych współczynników, dla czasu trwania zwarcia $t_K = 0,1 \text{ s}$, charakterystyczne parametry m oraz n , wynoszą: $m = 0,6$, $n = 0,98$.

Całkowity, cieplny prąd zwarcia trójfazowego wynosi:

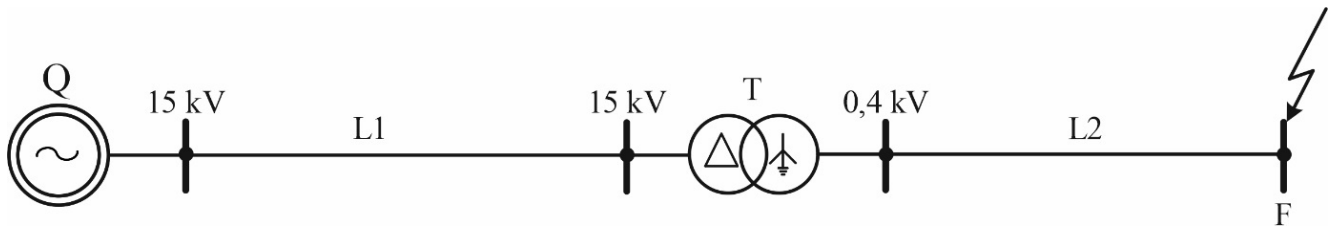
$$I_{th} = I''_K \cdot \sqrt{m + n} = 26,84 \cdot \sqrt{0,6 + 0,98} = 33,74 \text{ kA}$$

Procentowy udział początkowego prądu zwarcia trójfazowego od grupy silników M1:M5 można wyznaczyć z zależności:

$$\frac{5 \cdot I''_{KM}}{I''_K} \cdot 100 = \frac{5 \cdot 0,813 \cdot 10^3}{26,842 \cdot 10^3} \cdot 100 = 15,14\%$$

Zadanie 4:

W układzie jak na Rys.8.8 należy wyznaczyć przebieg prądu zwarcia trójfazowego w punkcie F.



Rys. 8.8 Schemat rozpatrywanego układu w zadaniu [2]

Dane:

System zastępczy Q: $U_n = 15 \text{ kV}$: $S''_{KQ} = 250 \text{ MVA}$, $\frac{R_Q}{X_Q} = 0,1$

Linia napowietrzna L1: AFL 6 – 70, $X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}$, $l = 8 \text{ km}$

Linia kablowa L2: $R' = 0,245 \frac{\Omega}{\text{km}}$, $X' = 0,1 \frac{\Omega}{\text{km}}$, $l = 1,2 \text{ km}$

Transformator T: $S_n = 630 \text{ kVA}$, $\vartheta = 15,75 / 0,4 \text{ kV/kV}$, $u_K = 6\%$, $\Delta P_{Cu\%} = 1,05\%$

Rozwiązanie:

Na początku wyznaczone zostaną parametry podłużne (rezystancja i reaktancja elementów analizowanego układu sieci, sprowadzone na poziom napięcia 0,4 kV).

System zasilający Q:

$$X_Q = \frac{c \cdot U_n^2}{S''_{KQ}} \cdot \frac{1}{9^2} = \frac{1,1 \cdot (15 \cdot 10^3)^2}{250 \cdot 10^6} \cdot \frac{1}{\left(\frac{15,75 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 10^3}\right)^2} = 0,00064 \Omega$$

$$R_Q = 0,1 \cdot X_Q = 0,1 \cdot 0,00051 = 0,000064 \Omega$$

Transformator T:

$$R_T = \frac{\Delta P_{Cu\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{nT}} = \frac{1,05 \cdot (0,4 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 630 \cdot 10^3} = 0,00267 \Omega$$

$$Z_T = \frac{u_K}{100} \frac{U_n^2}{S_{nT}} = \frac{6 \cdot (0,4 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 630 \cdot 10^3} = 0,0152 \Omega$$

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} = 0,015 \Omega$$

Linia napowietrzna L1:

$$R_{L1} = \frac{l}{\gamma \cdot S} \cdot \frac{1}{9^2} = \frac{8000}{34 \cdot 70} \cdot \frac{1}{\left(\frac{15,75 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 10^3}\right)^2} = 0,0022 \Omega$$

$$X_{L1} = X' \cdot l \cdot \frac{1}{9^2} = 0,4 \cdot 8 \cdot \frac{1}{\left(\frac{15,75 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 10^3}\right)^2} = 0,0021 \Omega$$

Linia kablowa L2:

$$R_{L2} = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{1200}{34 \cdot 120} = 0,294 \Omega$$

$$X_{L2} = X' \cdot l = 0,1 \cdot 1,2 = 0,12 \Omega$$

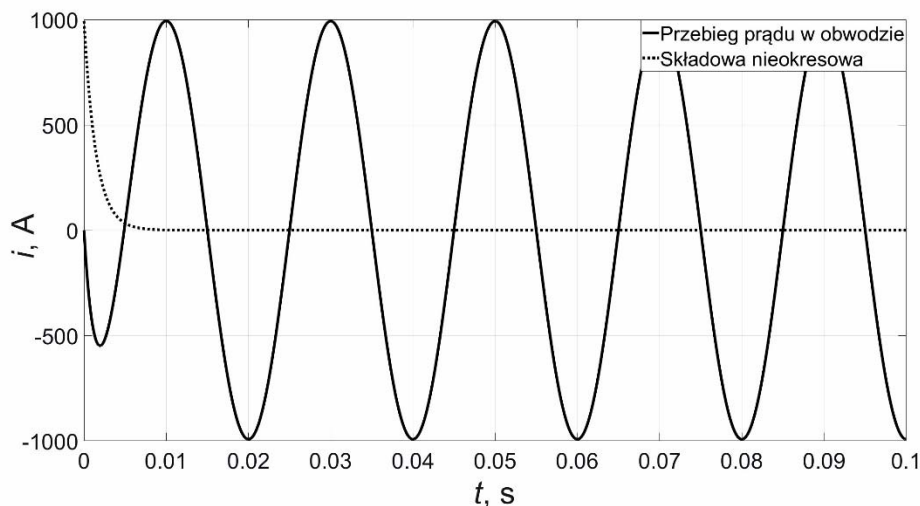
W kolejnym kroku obliczona zostanie impedancja zwarcia Z_K oraz stała czasowa τ :

$$R_K = R_Q + R_{L1} + R_T + R_{L2} = 0,299 \Omega, X_K = X_Q + X_{L1} + X_T + X_{L2} = 0,14 \Omega$$

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_K^2} = 0,33 \Omega$$

$$\tau = \frac{X_K}{\omega \cdot R_K} = \frac{0,138}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,299} = 0,00147 \text{ s}$$

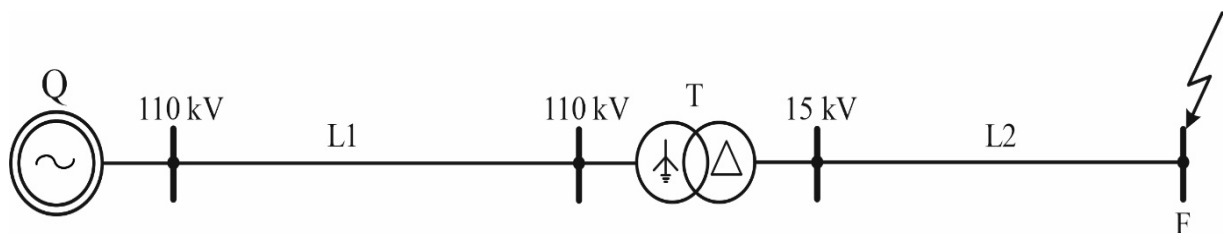
Na Rys.8.9 przedstawiono przebieg prądu zwarcia w rozpatrywanym obwodzie wraz z wyszczególnieniem składowej nieokresowej.



Rys. 8.9. Przebieg prądu zwarcia w obwodzie z wyszczególnieniem składowej nieokresowej [9]

Zadanie 5:

W układzie jak na Rys.8.10 wyznacz przebieg prądu zwarcia trójfazowego w punkcie F.



Rys. 8.10. Schemat rozpatrywanego układu w zadaniu [9]

Dane:

System zastępczy Q: $U_n = 110 \text{ kV}$; $S_{KQ}'' = 2000 \text{ MVA}$, $\frac{R_Q}{X_Q} = 0,1$

Linia napowietrzna L1: AFL 6 – 240, $X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}$, $l = 40 \text{ km}$

Linia napowietrzna L2: AFL 6 – 95, $X' = 0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}$, $l = 10 \text{ km}$

Transformator T: $S_n = 25 \text{ MVA}$, $\vartheta = 115/16,5 \text{ kV/kV}$, $u_K = 12\%$, $\Delta P_{Cu\%} = 0,46\%$.

Rozwiązanie:

Na początku wyznaczone zostaną parametry podłużne (rezystancja i reaktancja elementów analizowanego układu sieci, sprowadzone na poziom 16,5 kV).

System zasilający Q:
$$X_Q = \frac{c \cdot U_n^2}{S_{KQ}''} \cdot \frac{1}{9^2} = \frac{1,1 \cdot (110 \cdot 10^3)^2}{2000 \cdot 10^6} \cdot \frac{1}{\left(\frac{115 \cdot 10^3}{16,5 \cdot 10^3}\right)^2} = 0,14 \, \Omega$$

$$R_Q = 0,1 \cdot X_Q = 0,1 \cdot 0,14 = 0,014 \, \Omega$$

Transformator T:
$$R_T = \frac{\Delta P_{Cu\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{nT}} = \frac{0,46 \cdot (16,5 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 25 \cdot 10^6} = 0,05 \, \Omega$$

$$X_T = \frac{u_K}{100} \frac{U_n^2}{S_{nT}} = \frac{12 \cdot (16,5 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 25 \cdot 10^6} = 1,31 \, \Omega$$

Linia napowietrzna L1:
$$R_{L1} = \frac{l}{\gamma \cdot S} \cdot \frac{1}{9^2} = \frac{40000}{34 \cdot 240} \cdot \frac{1}{\left(\frac{115 \cdot 10^3}{16,5 \cdot 10^3}\right)^2} = 0,101 \, \Omega$$

$$X_{L1} = X' \cdot l \cdot \frac{1}{9^2} = 0,4 \cdot 40 \cdot \frac{1}{\left(\frac{115 \cdot 10^3}{16,5 \cdot 10^3}\right)^2} = 0,33 \, \Omega$$

Linia napowietrzna L2:
$$R_{L2} = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{10000}{34 \cdot 95} = 3,1 \, \Omega$$

$$X_{L2} = X' \cdot l = 0,4 \cdot 10 = 4 \, \Omega$$

W kolejnym kroku obliczona zostanie impedancja zwarcia Z_K oraz stała czasowa τ :

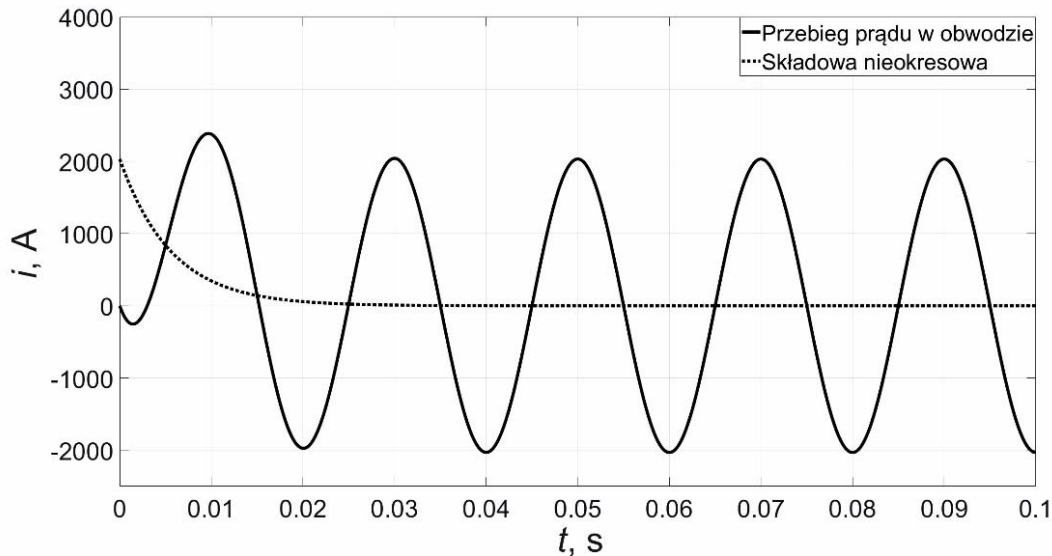
$$R_K = R_Q + R_{L1} + R_T + R_{L2} = 3,26 \, \Omega$$

$$X_K = X_Q + X_{L1} + X_T + X_{L2} = 5,77 \, \Omega$$

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_K^2} = 6,63 \, \Omega$$

$$\tau = \frac{X_K}{\omega \cdot R_K} = \frac{5,773}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 3,2607} = 0,0056 \, \text{s}$$

Na Rys.8.11 przedstawiono przebieg prądu zwarcia w rozpatrywanym obwodzie wraz z wyszczególnieniem składowej nieokresowej.



Rys. 8.11. Przebieg prądu zwarcia w obwodzie z wyszczególnieniem składowej nieokresowej [9]

Zadanie 6:

W sieci o napięciu 15 kV (pracującej z izolowanym punktem neutralnym) zawierającej odcinki linii kablowych o długości 20 km i napowietrznych o długości 50 km powstało zwarcie jednofazowe fazy L1. Dla powyższych danych i założeń:

- oszacuj wartość prądu ziemnozwarciowego I_{zC} ,

$$I_{zC} \approx U_N \cdot (0,1 \cdot l_k + 0,003 \cdot l_n) = 15 \cdot (0,1 \cdot 20 + 0,003 \cdot 50) = 32,25 \, \text{A}$$

- wyznacz zastępczą pojemność zerową sieci C_0 ,

$$I_{zC} = 3 \cdot U_f \cdot \omega \cdot C_0 \Rightarrow C_0 = \frac{I_{zC}}{3 \cdot U_f \cdot \omega} = \frac{32,25}{3 \cdot \frac{15 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50} = 3,95 \, \mu\text{F}$$

- wyznacz indukcyjność kompensującą L_N , zapewniającą dokładną kompensację tego prądu ziemnozwarciowego,

$$L_N = \frac{1}{3 \cdot \omega^2 \cdot C_0} = \frac{1}{3 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 50)^2 \cdot 3,95 \cdot 10^{-6}} = 0,86 \text{ H}$$

- Zakładając, że $\frac{R_N}{X_N} = 0,1$, należy określić prąd resztkowy,

$$I_r = 3 \cdot U_f \cdot \frac{C_0 \cdot R_N}{L_N} = 3 \cdot U_f \cdot C_0 \cdot \omega \cdot \frac{R_N}{X_N} = 3 \cdot \frac{15 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot 3,95 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,1 = 3,23 \text{ A}$$

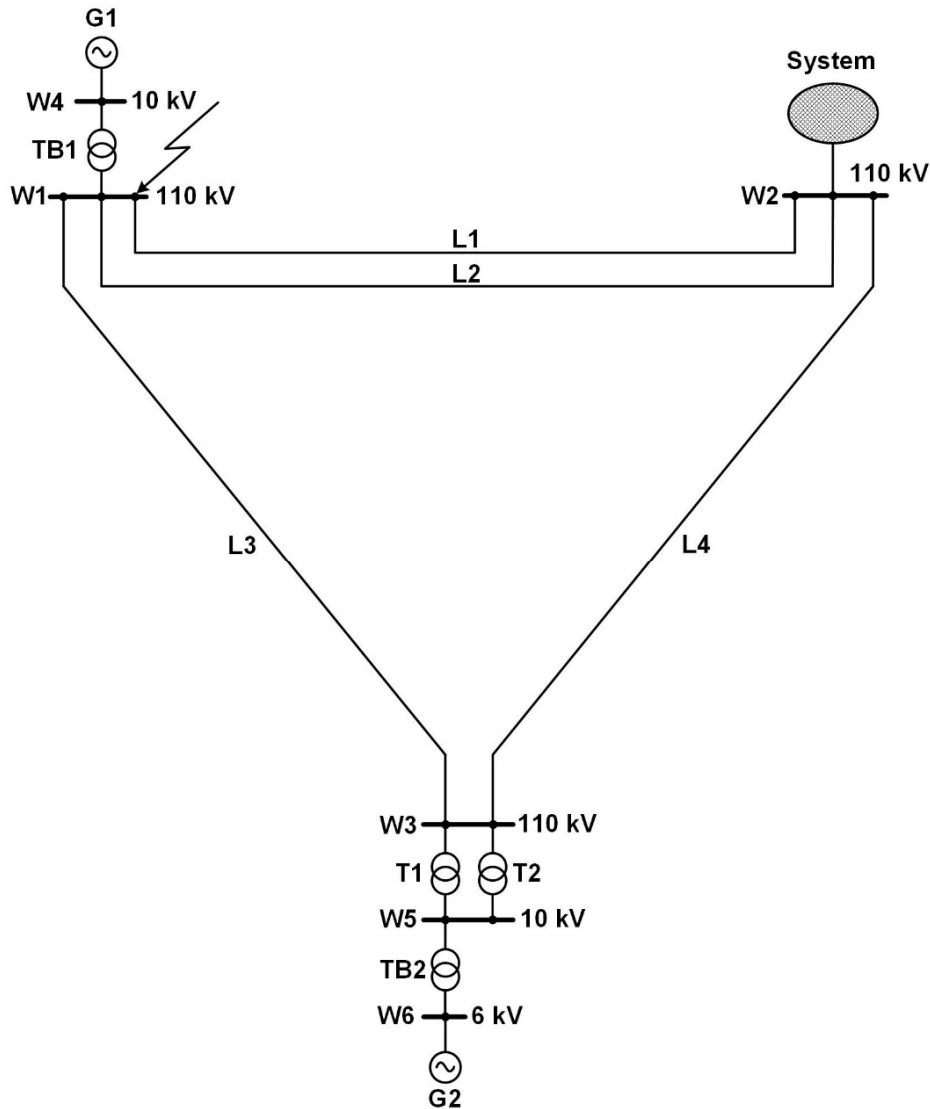
- Oszacuj wartość rezystancji rezystora uziemiającego R_N , umożliwiającego skuteczne tłumienie przebiegów ziemnozwarciowych.

$$R_N \leq \frac{1}{3,6 \cdot \omega \cdot C_0} = \frac{1}{3,6 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 3,95 \cdot 10^{-6}} = 223,96 \Omega.$$

9. Zwarcia symetryczne w sieciach rozbudowanych

Zadanie 1:

W układzie jak na rys. 9.1 obliczyć początkowy prąd zwarcia trójfazowego (wartość maksymalną) w węźle W1. Pominąć rezystancje elementów.



Rys 9.1. Schemat układu do zadania [2]

Dane elementów sieci:

System zastępczy 110 kV : $S''_{KQ} = 2000 \text{ MVA}; \frac{R_Q}{X_Q} = 0,1$

Linie napowietrzne $L1$ i $L2$: $R' = 0,11 \frac{\Omega}{\text{km}}, X' = 0,38 \frac{\Omega}{\text{km}}, l = 50 \text{ km}$

Linia napowietrzna $L3$: $R' = 0,12 \frac{\Omega}{\text{km}}, X' = 0,41 \frac{\Omega}{\text{km}}, l = 40 \text{ km}$

Linia napowietrzna $L4$: $R' = 0,15 \frac{\Omega}{\text{km}}, X' = 0,39 \frac{\Omega}{\text{km}}, l = 70 \text{ km}$

Transformatory $T1$ i $T2$: $S_{nT} = 25 \text{ MVA}; \mathcal{G} = 115 / 10,5 \text{ kV}$

$\Delta u_{z\%} = 11\%; \Delta P_{Cu\%} = 0,5\%$

Transformator $TB1$: $S_{nT} = 200 \text{ MVA}; \mathcal{G} = 115 / 10,75 \text{ kV}$

$\Delta u_{z\%} = 12\%; \Delta P_{Cu\%} = 0,4\%$

Transformator $TB2$: $S_{nT} = 10 \text{ MVA}; \mathcal{G} = 10,5 / 6,6 \text{ kV}$

$\Delta u_{z\%} = 10\%; \Delta P_{Cu\%} = 0,6\%$

Generator $G1$: $S_{nG} = 150 \text{ MVA}; U_{nG} = 10,75 \text{ kV}; X''_{d\%} = 15\%$

Generator $G2$: $S_{nG} = 6 \text{ MVA}; U_{nG} = 6,6 \text{ kV}; X''_{d\%} = 19\%$

Poniżej przedstawiono schemat elektryczny rozpatrywanego układu.

$$\text{System zasilający (Q): } X_Q = \frac{c \cdot U_n^2}{S_{KQ}''} = \frac{1,1 \cdot (110 \cdot 10^3)^2}{2000 \cdot 10^6} = 6,66 \, \Omega$$

$$\text{Generator (G1): } X_{G1} = \frac{X_{d\%}''}{100} \frac{U_n^2}{S_{nG1}} \cdot 9_{TB1}^2$$

$$X_{G1} = \frac{15 \cdot (10,75 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 150 \cdot 10^6} \cdot \left(\frac{115 \cdot 10^3}{10,75 \cdot 10^3} \right)^2 = 13,23 \, \Omega$$

$$\text{Transformator (TB1): } X_{TB1} = \frac{\Delta u_{z\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{nTB1}} = \frac{12 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 200 \cdot 10^6} = 7,94 \, \Omega$$

$$\text{Linia (L1, L2): } X_{L1} = X_{L2} = X' \cdot l = 0,38 \cdot 50 = 19 \, \Omega$$

$$\text{Linia (L3): } X_{L3} = X' \cdot l = 0,41 \cdot 40 = 16,4 \, \Omega$$

$$\text{Linia (L4): } X_{L4} = X' \cdot l = 0,39 \cdot 70 = 27,3 \, \Omega$$

$$\text{Generator (G2): } X_{G2} = \frac{X_{d\%}''}{100} \frac{U_n^2}{S_{nG2}} \cdot 9_{TB1}^2 \cdot 9_{T1}^2$$

$$X_{G2} = \frac{19 \cdot (6,6 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 6 \cdot 10^6} \cdot \left(\frac{10,5 \cdot 10^3}{6,6 \cdot 10^3} \right)^2 \cdot \left(\frac{115 \cdot 10^3}{10,5 \cdot 10^3} \right)^2 = 418,79 \, \Omega$$

$$\text{Transformator (TB2): } X_{TB2} = \frac{\Delta u_{z\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{nTB2}} \cdot 9_{T1}^2$$

$$X_{TB2} = \frac{10 \cdot (10,5 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 10 \cdot 10^6} \cdot \left(\frac{115 \cdot 10^3}{10,5 \cdot 10^3} \right)^2 = 132,25 \, \Omega$$

$$\text{Transformator (T1, T2): } X_{T1} = X_{T2} = \frac{\Delta u_{z\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{nT1}} = \frac{11 \cdot (115 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 25 \cdot 10^6} = 58,19 \, \Omega$$

$$X_A = X_{G1} + X_{TB1} = 21,16 \Omega$$

$$X_{L1L2} = \frac{X_{L1} \cdot X_{L2}}{X_{L1} + X_{L2}} = 9,5 \Omega$$

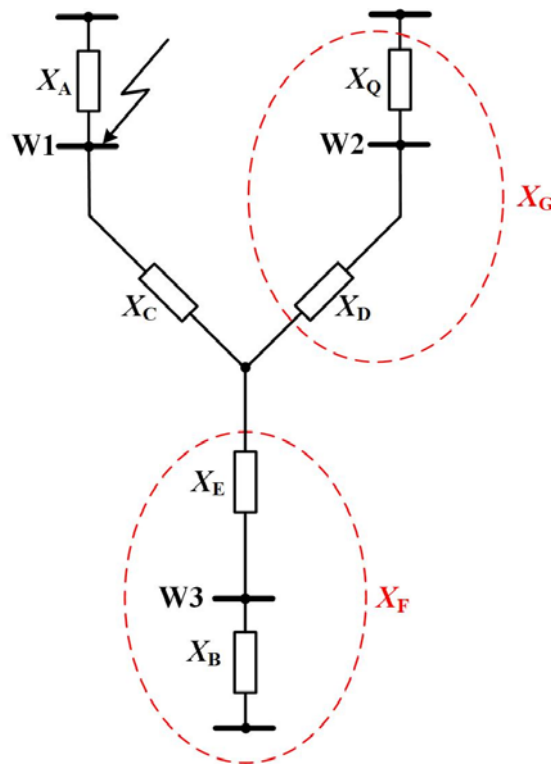
$$X_B = X_{G2} + X_{TB2} + \frac{X_{T1} \cdot X_{T2}}{X_{T1} + X_{T2}} = 580,14 \Omega$$

$$X_C = \frac{X_{L1L2} \cdot X_{L3}}{X_{L1L2} + X_{L3} + X_{L4}} = 2,93 \Omega$$

$$X_D = \frac{X_{L1L2} \cdot X_{L4}}{X_{L1L2} + X_{L3} + X_{L4}} = 4,88 \Omega$$

$$X_E = \frac{X_{L3} \cdot X_{L4}}{X_{L1L2} + X_{L3} + X_{L4}} = 8,42 \Omega$$

Poniżej przedstawiono częściowo zwinięty schemat elektryczny rozpatrywanego układu.

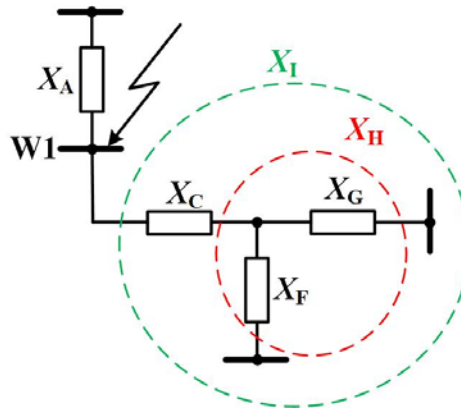


Rys 9.3. Schemat elektryczny układu po częściowym zwinięciu [2]

$$X_F = X_B + X_E = 588,55 \Omega$$

$$X_G = X_D + X_Q = 11,53 \Omega$$

Dalsze przekształcenia schematu przedstawiono poniżej.



Rys 9.4. Schemat elektryczny układu po częściowym zwinięciu [2]

$$X_H = \frac{X_G \cdot X_F}{X_G + X_F} = 11,31 \Omega$$

$$X_I = X_C + X_H = 14,24 \Omega$$

$$X_k = \frac{X_A \cdot X_I}{X_A + X_I} = 8,51 \Omega$$

$$I_K'' = \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot X_K} = \frac{1,1 \cdot 110 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 8,51} = 8,21 \text{ kA}$$

Rozwiązanie metodą macierzową

W oparciu o reaktancje poszczególnych elementów, które zostały policzone wcześniej, poszczególne elementy macierzy impedancyjnej (o wymiarze 6x6 – ponieważ jest sześć węzłów) będą miały następujące wartości (z uwagi na brak rezystancji – w obliczeniach uwzględnia się tylko reaktancję – pominięto symbol liczby urojonej „j”):

$$Y_{11} = \frac{1}{X_{TB1}} + \frac{1}{X_{L1L2}} + \frac{1}{X_{L3}} = 0,292 \text{ S},$$

$$Y_{12} = -\frac{1}{X_{L1L2}} = -0,105 \text{ S},$$

$$Y_{13} = -\frac{1}{X_{L3}} = -0,061 \text{ S},$$

$$Y_{14} = -\frac{1}{X_{TB1}} = -0,126 \text{ S},$$

$$Y_{15} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{16} = 0 \text{ S}$$

$$Y_{21} = -\frac{1}{X_{L1L2}} = -0,105 \text{ S},$$

$$Y_{22} = \frac{1}{X_{L1L2}} + \frac{1}{X_Q} + \frac{1}{X_{L4}} = 0,292 \text{ S},$$

$$Y_{23} = -\frac{1}{X_{L4}} = -0,037 \text{ S},$$

$$Y_{24} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{25} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{26} = 0 \text{ S}$$

$$Y_{31} = -\frac{1}{X_{L3}} = -0,061 \text{ S},$$

$$Y_{32} = -\frac{1}{X_{L4}} = -0,037 \text{ S},$$

$$Y_{33} = \frac{1}{X_{T1T2}} + \frac{1}{X_{L3}} + \frac{1}{X_{L4}} = 0,132 \text{ S},$$

$$Y_{34} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{35} = -\frac{1}{X_{T1T2}} = -0,034 \text{ S},$$

$$Y_{36} = 0 \text{ S}$$

$$Y_{41} = -\frac{1}{X_{TB1}} = -0,126 \text{ S},$$

$$Y_{42} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{43} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{44} = \frac{1}{X_{TB1}} + \frac{1}{X_{G1}} = 0,202 \text{ S},$$

$$Y_{45} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{46} = 0 \text{ S}$$

$$Y_{51} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{52} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{53} = -\frac{1}{X_{T1T2}} = -0,034 \text{ S},$$

$$Y_{54} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{55} = \frac{1}{X_{T1T2}} + \frac{1}{X_{TB2}} = 0,042 \text{ S},$$

$$Y_{56} = -\frac{1}{X_{TB2}} = -0,0076 \text{ S}$$

$$Y_{61} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{62} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{63} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{64} = 0 \text{ S},$$

$$Y_{65} = -\frac{1}{X_{TB2}} = -0,0076 \text{ S},$$

$$Y_{66} = \frac{1}{X_{TB2}} + \frac{1}{X_{G2}} = 0,0099 \text{ S}$$

Macierz **Y** ma zatem postać:

$$Y = \begin{bmatrix} 0,292 & -0,105 & -0,061 & -0,126 & 0 & 0 \\ -0,105 & 0,292 & -0,037 & 0 & 0 & 0 \\ -0,061 & -0,037 & 0,132 & 0 & -0,034 & 0 \\ -0,126 & 0 & 0 & 0,202 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,034 & 0 & 0,042 & -0,007561 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,007561 & 0,009949 \end{bmatrix}$$

Macierz **Y** można odwrócić stosując programy takie jak np. Matlab®, Excel®, Mathcad®.

Po odwróceniu macierzy $\mathbf{Y}$, macierz $\mathbf{Z}$ ma postać:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1} = \begin{bmatrix} 8,511 & 3,902 & 6,663 & 5,319 & 6,329 & 4,81 \\ 3,902 & 5,378 & 4,378 & 2,439 & 4,159 & 3,161 \\ 6,663 & 4,378 & 15,773 & 4,165 & 14,982 & 11,386 \\ 5,319 & 2,439 & 4,165 & 8,284 & 3,956 & 3,006 \\ 6,329 & 4,159 & 14,982 & 3,956 & 41,866 & 31,818 \\ 4,81 & 3,161 & 11,386 & 3,006 & 31,818 & 124,692 \end{bmatrix}$$

Impedancja zwarcia w węźle W1 – równa impedancji Z_{11} – wynosi 8,511 Ω .

Zatem początkowy prąd zwarcia trójfazowego w węźle W1 wyniesie:

$$I_K'' = \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot X_K} = \frac{1,1 \cdot 110 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 8,511} = 8,21 \text{ kA}$$

10. Statyka linii napowietrznych

Zadanie 1:

Dla przewodu zawieszonego w przęśle poziomym o rozpiętości a , obciążonego sadzią normalną w temperaturze -5°C , naprężenie wynosi σ_1 . Obliczyć zwis i naprężenie przewodu w temperaturach 0°C , -25°C , 40°C oraz 60°C .

Dane:

$$a = 110\text{m}$$

$$\alpha = 18,5 \cdot 10^{-6} 1/^{\circ}\text{C}$$

$$\beta = 13,25 \cdot 10^{-6} \text{mm}^2/\text{N}$$

$$\vartheta_1 = -5^{\circ}\text{C}$$

$$\sigma_1 = 107,91 \text{N/mm}^2$$

$$\vartheta_{2a} = 0^{\circ}\text{C}, \vartheta_{2b} = -25^{\circ}\text{C}, \vartheta_{2c} = 40^{\circ}\text{C}, \vartheta_{2d} = 60^{\circ}\text{C}$$

$$\sigma_{2a}, \sigma_{2b}, \sigma_{2c}, \sigma_{2d} = ?$$

$$f_{2a}, f_{2b}, f_{2c}, f_{2d} = ?$$

Ciężar jednostkowy przewodu wynosi $g = g_2 = 0,03492 \text{N}/\text{m} \cdot \text{mm}^2$, ciężar jednostkowy przewodu obciążonego sadzią normalną: $g_{\text{sn}} = g_1 = 0,11154 \text{N}/\text{m} \cdot \text{mm}^2$.

Rozwiązanie

Zależność pomiędzy naprężeniem przewodu a jego temperaturą określa równanie stanów. Znając naprężenie i temperaturę w stanie 1 (przyjmijmy w zdaniu, że jest to stan obciążenia sadzią normalną, czyli: $\vartheta_1 = -5^{\circ}\text{C}, \sigma_1 = 107,9 \text{N}/\text{mm}^2$), można wyznaczyć naprężenie przewodu w stanie 2 (σ_2) przy określonej temperaturze (ϑ_2).

Przyjmuje się, że sadź występuje tylko w temperaturze -5°C , dlatego przy pozostałych temperaturach przyjęto za ciężar jednostkowy przewodu wartość $g = g_2$ (ciężar jednostkowy samego przewodu, bez sadzi).

a) $\vartheta_{2a} = 0^{\circ}\text{C}, \sigma_{2a} = ?, f_{2a} = ?$

Równanie stanów dla przęsła płaskiego:

127



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

$$\sigma_2 - \frac{a^2 g_2^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_2^2} = \sigma_1 - \frac{a^2 g_1^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_1^2} - \frac{\alpha}{\beta} \cdot (g_2 - g_1)$$

Podstawiając dane dla podpunktu a), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \sigma_{2a} - \frac{a^2 g_2^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_{2a}^2} &= \sigma_1 - \frac{a^2 g_1^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_1^2} - \frac{\alpha}{\beta} \cdot (g_{2a} - g_1) \\ \sigma_{2a} - \frac{110^2 \cdot 0,03492^2}{24 \cdot 13,25 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma_{2a}^2} &= \\ = 107,91 - \frac{110^2 \cdot 0,11154^2}{24 \cdot 13,25 \cdot 10^{-6} \cdot 107,91^2} - \frac{18,5 \cdot 10^{-6}}{13,25 \cdot 10^{-6}} \cdot (0 - (-5)) \\ \sigma_{2a} - \frac{46398,8}{\sigma_{2a}^2} &= 60,28 \\ \sigma_{2a}^3 - 60,28 \cdot \sigma_{2a}^2 - 46398,8 &= 0 \end{aligned}$$

Należy rozwiązać powyższe równanie trzeciego stopnia (np. przy pomocy kalkulatora naukowego) i wybrać pierwiastek równania o nieujemnej wartości, który będzie szukaną wartością naprężenia:

$$\sigma_{2a} \approx 69,8027 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Sprawdzenie:

$$\begin{aligned} \sigma_{2a}^3 - 60,28 \cdot \sigma_{2a}^2 - 46398,8 &= 0 \\ 69,81^3 - 60,28 \cdot 69,81^2 - 46398,8 &= -0,24 \approx 0 \end{aligned}$$

Następnie wyznaczamy zwis:

$$f_{2a} = \frac{a^2 g_2}{8 \sigma_{2a}} = \frac{110^2 \cdot 0,035}{8 \cdot 69,81} = 0,76 \text{ m}$$

b) $g_{2b} = -25^\circ \text{C}$, $\sigma_{2b} = ?$, $f_{2b} = ?$

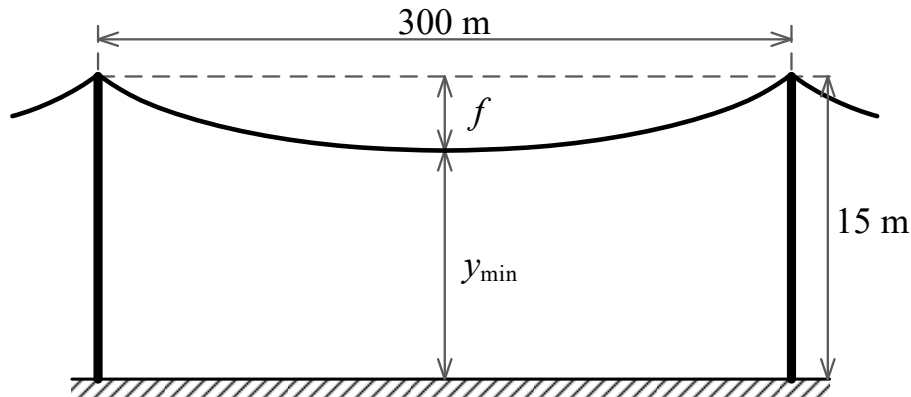
$$\begin{aligned}\sigma_{2b} - \frac{a^2 g_2^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_{2b}^2} &= \sigma_1 - \frac{a^2 g_1^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_1^2} - \frac{\alpha}{\beta} \cdot (g_{2b} - g_1) \\ \sigma_{2b} - \frac{110^2 \cdot 0,03492^2}{24 \cdot 13,25 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma_{2b}^2} &= \\ = 107,91 - \frac{110^2 \cdot 0,11154^2}{24 \cdot 13,25 \cdot 10^{-6} \cdot 107,91^2} - \frac{18,5 \cdot 10^{-6}}{13,25 \cdot 10^{-6}} \cdot (-25 - (-5)) \\ \sigma_{2b} - \frac{46398,8}{\sigma_{2b}^2} &= 95,18 \\ \sigma_{2b}^3 - 95,18 \cdot \sigma_{2b}^2 - 46398,8 &= 0 \\ \sigma_{2b} &\approx 99,84 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ f_{2b} = \frac{a^2 g_2}{8 \sigma_{2b}} &= \frac{110^2 \cdot 0,035}{8 \cdot 99,84} = 0,53 \text{ m}\end{aligned}$$

c) $g_{2c} = 40^\circ \text{C}$, $\sigma_{2c} = ?$, $f_{2c} = ?$

$$\begin{aligned}\sigma_{2c} - \frac{a^2 g_2^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_{2c}^2} &= \sigma_1 - \frac{a^2 g_1^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_1^2} - \frac{\alpha}{\beta} \cdot (g_{2c} - g_1) \\ \sigma_{2c} - \frac{110^2 \cdot 0,035^2}{24 \cdot 13,25 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma_{2c}^2} &= \\ = 107,91 - \frac{110^2 \cdot 0,11^2}{24 \cdot 13,25 \cdot 10^{-6} \cdot 107,91^2} - \frac{18,5 \cdot 10^{-6}}{13,25 \cdot 10^{-6}} \cdot (40 - (-5)) \\ \sigma_{2c} - \frac{46398,8}{\sigma_{2c}^2} &= 4,43 \\ \sigma_{2c}^3 - 4,43 \cdot \sigma_{2c}^2 - 46398,8 &= 0 \\ \sigma_{2c} &\approx 37,48 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ f_{2c} = \frac{a^2 g_2}{8 \sigma_{2c}} &= \frac{110^2 \cdot 0,035}{8 \cdot 37,4727} = 1,41 \text{ m}\end{aligned}$$

Zadanie 2:

Wyznaczyć najmniejszą odległość pionową ($y_{\min}$) przewodu AFL6-240 linii 110 kV od powierzchni terenu w warunkach największego zwisu normalnego. Przewód zawieszony jest w przęśle płaskim o parametrach jak na rysunku 10.1. Ocenić, czy przewód spełnia wymagania norm w zakresie minimalnej odległości od powierzchni ziemi.



Rys 10.1. Schemat do zadania – przęsło płaskie linii 110 kV [2]

Dane:

$$a = 200 \text{ m}$$

$$\sigma_{\text{obl}} = 98,1 \text{ N/mm}^2 \text{ – dopuszczalne naprężenie obliczeniowe}$$

$$g_{\text{gr}} = 60^\circ \text{C – temperatura graniczna robocza, na którą zaprojektowano przewód}$$

$$\alpha = 18,7 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

$$\beta = 13,25 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}$$

$$y_{\min} = ?$$

Ciężar jednostkowy przewodu wynosi $g = 0,034638 \text{ N/m} \cdot \text{mm}^2$, ciężar jednostkowy przewodu obciążonego sadzią normalną:

$$g_{\text{sn}} = 0,06622 \text{ N/m} \cdot \text{mm}^2.$$

Rozwiązanie

Celem zadania jest wyznaczenie odległości $y_{\min}$, która – dla przęsła poziomego –

130



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

równa jest różnicy wysokości y_s , na której zawieszony jest przewód, i największego zwisu normalnego f :

$$y_{\min} = y_s - f$$

Konieczne jest zatem wyznaczenie największego zwisu normalnego:

$$f = \frac{a^2 g}{8\sigma}$$

W powyższej zależności nieznane są wartości naprężenia występującego przy maksymalnym zwisie oraz ciężaru jednostkowego przewodu (nie wiadomo, czy największy zwis normalny wystąpi przy obciążeniu sadią czy nie).

1. W pierwszej kolejności sprawdzimy, w którym stanie można przyjąć maksymalne naprężenie dopuszczalne (podane w zadaniu) tak, by nie zostało ono przekroczone w innych stanach. Stwierdza się to, wyznaczając rozpiętość przełomową:

$$a_p = 21,9 \sigma_{obl} \sqrt{\frac{\alpha}{g_{sn}^2 - g^2}} = 21,9 \cdot 98,1 \cdot \sqrt{\frac{18,7 \cdot 10^{-6}}{0,06622^2 - 0,034638^2}} = 164,6 \text{ m}$$

Obliczoną wartość należy porównać z rozpiętością przęsła:

$$a = 300 \text{ m} > a_p = 164,6 \text{ m}$$

Z powyższego warunku wynika, że największe naprężenie wystąpi w temperaturze -5°C i sadi normalnej, czyli: $\sigma_{sn} = \sigma_{obl} = 98,1 \text{ N/mm}^2$.

2. W następnym kroku należy sprawdzić, w którym stanie wystąpi największy zwis normalny – w temperaturze granicznej roboczej czy w temperaturze -5°C i sadi normalnej. Żeby to stwierdzić, należy wyznaczyć temperaturę krytyczną:

$$g_{cr} = \frac{\sigma_{sn} \beta}{\alpha} \left(1 - \frac{g}{g_{sn}} \right) - 5 = \frac{98,1 \cdot 13,25 \cdot 10^{-6}}{18,7 \cdot 10^{-6}} \left(1 - \frac{0,035}{0,066} \right) - 5 = 28,15^\circ\text{C}$$

Ponieważ: $\vartheta_{cr} = 28,15^{\circ}\text{C} < \vartheta_{gr} = 60^{\circ}\text{C}$, to największy zwis normalny wystąpi w temperaturze granicznej roboczej $\vartheta_{gr} = 60^{\circ}\text{C}$.

Do wzoru na zwis należy podstawić zatem ciężar jednostkowy samego przewodu (bez sadzi). W dalszym ciągu nie jest jednak znane naprężenie występujące przy największym zwisie normalnym.

- W celu wyznaczenia naprężenia przewodu w warunkach największego zwisu normalnego, posłużymy się równaniem stanów:

$$\sigma_2 - \frac{a^2 g_2^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_2^2} = \sigma_1 - \frac{a^2 g_1^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_1^2} - \frac{\alpha}{\beta} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

Stan 1 zdefiniujemy jako stan przy sadzi normalnej:

$$\vartheta_1 = -5^{\circ}\text{C}, g_1 = g_{sn} = 0,066 \text{ N/m} \cdot \text{mm}^2, \sigma_1 = \sigma_{sn} = 98,1 \text{ N/mm}^2.$$

Za stan 2 przyjmujemy natomiast warunki odpowiadające temperaturze granicznej roboczej i maksymalnemu zwisowi:

$$\vartheta_2 = \vartheta_{gr} = 60^{\circ}\text{C}, g_2 = g = 0,035 \text{ N/m} \cdot \text{mm}^2, \sigma_2 = ?$$

Postępujemy analogicznie, jak w poprzednim zadaniu:

$$\begin{aligned} \sigma_2 - \frac{300^2 \cdot 0,035^2}{24 \cdot 13,25 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma_2^2} &= \\ &= 98,1 - \frac{300^2 \cdot 0,066^2}{24 \cdot 13,25 \cdot 10^{-6} \cdot 98,1^2} - \frac{18,7 \cdot 10^{-6}}{13,25 \cdot 10^{-6}} \cdot (60 - (-5)) \\ \sigma_{2c} - \frac{339563,5}{\sigma_{2c}^2} &= -122,596 \\ \sigma_2^3 + 122,596 \cdot \sigma_2^2 - 339563,5 &= 0 \\ \sigma_2 &\approx 45,0106 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned}$$

Wyznaczamy największy zwis normalny:

$$f = \frac{a^2 g}{8 \sigma_2} = \frac{300^2 \cdot 0,035}{8 \cdot 45,01} = 8,66 \text{ m}$$

Najmniejsza odległość pionowa przewodu od powierzchni ziemi:

$$y_{\min} = y_s - f = 15 - 8,657 = 6,34 \text{ m}$$

Dla linii 110 kV wartość D_{el} wynosi 1 m. Przyjmując, że w zadaniu wzięto pod uwagę teren wiejski oddalony od zabudowań i innych obiektów, o normalnym profilu gruntu, można wyznaczyć wymaganą minimalną odległość przewodu od powierzchni ziemi:

$$5,0 + D_{el} = 6 \text{ m}$$

Ponieważ $y_{\min} = 6,343 \text{ m} > 6 \text{ m}$, można stwierdzić, że przewód w danym przęśle spełnia wymagania normy dotyczące najmniejszej odległości nad ziemią.

Zadanie 3:

Przęsło pochyle linii 110 kV ma rozpiętość $a=300 \text{ m}$ i spad: a) $h=150 \text{ m}$, b) $h=20 \text{ m}$. Oblicz charakterystyczne wielkości dla tego przęsła.

Pozostałe dane:

$$\sigma = 45 \text{ N/mm}^2$$

$$g = 0,03463 \text{ N/(m} \cdot \text{mm}^2)$$

$$p = \frac{\sigma}{g} = 1299,45 \text{ m}$$

Rozwiązanie

a) $h = 150 \text{ m}$

$$L = \sqrt{h^2 + \left(2 \cdot p \cdot \sinh \frac{a}{2 \cdot p} \right)^2} = 336 \text{ m}$$

$$x_A = p \cdot \ln \left\{ \frac{p}{L-h} \left[1 - e^{\left(\frac{-a}{p} \right)} \right] \right\} = 474,04 \text{ m}$$

$$x_B = a + x_A = 774,04 \text{ m}$$

$$m = x_B - \frac{a}{2} = 624,04 \text{ m}$$

$$f = y(x_B) - y(m) - \frac{h}{2} = 9,69 \text{ m}$$

$$f' = y(x_B) - y(m) - \frac{h}{2} \cdot \left(1 + \frac{m}{a/2} \right) = -149,59 \text{ m}$$

$$f'' = y(x_B) - y(m+n) - \frac{h}{2} \cdot \left(1 - \frac{n}{a/2} \right) = 5,45 \text{ m}$$

b) $h = 20 \text{ m}$

$$L = \sqrt{h^2 + \left(2 \cdot p \cdot \sinh \frac{a}{2 \cdot p} \right)^2} = 301,33 \text{ m}$$

$$x_A = p \cdot \ln \left\{ \frac{p}{L-h} \left[1 - e^{\left(\frac{-a}{p} \right)} \right] \right\} = -63,62 \text{ m}$$

$$x_B = a + x_A = 236,38 \text{ m}$$

$$m = x_B - \frac{a}{2} = 86,38 \text{ m}$$

$$f = y(x_B) - y(m) - \frac{h}{2} = 8,69 \text{ m}$$

$$f' = y(x_B) - y(m) - \frac{h}{2} \cdot \left(1 + \frac{m}{a/2} \right) = 5,79 \text{ m}$$

$$f'' = y(x_B) - y(m+n) - \frac{h}{2} \cdot \left(1 - \frac{n}{a/2} \right) = 4,84 \text{ m}$$

11. Rozpływy mocy w systemie elektroenergetycznym

Zadanie 1:

Wykorzystując metodę Newtona-Raphsona, znaleźć pierwiastki funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 2 \cdot x - 3$ z dokładnością do $\varepsilon = 0,001$.

Rozpatrywana funkcja kwadratowa posiada dwa pierwiastki $x_1 = -1$ i $x_2 = 3$.

Zastosowanie metody Newtona-Raphsona wymaga przyjęcia punktu startowego x^0 oraz wyznaczenia pochodnej funkcji $df(x)/dx$.

Rozwiązanie

W pierwszym kroku zakłada się punkt startowy $x^0 = 5$. Pochodna funkcji wyraża się wzorem $\frac{df(x)}{dx} = 2 \cdot x - 2$. Obliczenia przebiegają w sposób następujący:

Zerowa iteracja:

$$x^1 = x^0 - \left\{ \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=x^0} \right\}^{-1} \cdot f(x^0) = 5 - (2 \cdot 5 - 2)^{-1} \cdot (5^2 - 2 \cdot 5 - 3) = 3,5$$

$$f(x^1) = |3,5^2 - 2 \cdot 3,5 - 3| = 2,25 > 0,001.$$

Pierwsza iteracja:

$$x^2 = x^1 - \left\{ \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=x^1} \right\}^{-1} \cdot f(x^1) = 3,05$$

$$f(x^2) = |3,05^2 - 2 \cdot 3,05 - 3| = 0,2025 > 0,001.$$

Druga iteracja:

$$x^3 = x^2 - \left\{ \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=x^2} \right\}^{-1} \cdot f(x^2) = 3,00061$$

$$f(x^3) = |3,00061^2 - 2 \cdot 3,00061 - 3| = 0,00244 > 0,001.$$

Trzecia iteracja:

$$x^4 = x^3 - \left\{ \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=x^3} \right\}^{-1} \cdot f(x^3) = 3,0000001$$

$$f(x^4) = |3,0000001^2 - 2 \cdot 3,0000001 - 3| = 0,0000004 < 0,001.$$

Założona dokładność została uzyskana po trzeciej iteracji, dlatego też obliczenia można zakończyć.

W *drugim kroku* założmy punkt startowy $x^0 = -5$. Obliczenia przebiegają w sposób następujący:

Zerowa iteracja:

$$x^1 = x^0 - \left\{ \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=x^0} \right\}^{-1} \cdot f(x^0) = -5 - [2 \cdot (-5) - 2]^{-1} \cdot [(-5)^2 - 2 \cdot (-5) - 3] = -2,33333.$$

$$f(x^1) = |(-2,33333)^2 - 2 \cdot (-2,33333) - 3| = 7,11111 > 0,001.$$

Pierwsza iteracja:

$$x^2 = x^1 - \left\{ \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=x^1} \right\}^{-1} \cdot f(x^1) = -1,26666$$

$$f(x^2) = |(-1,26666)^2 - 2 \cdot (-1,26666) - 3| = 1,13777 > 0,001.$$

Druga iteracja:

$$x^3 = x^2 - \left\{ \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=x^2} \right\}^{-1} \cdot f(x^2) = -1,01569$$

$$f(x^3) = |(-1,01569)^2 - 2 \cdot (-1,01569) - 3| = 0,06299 > 0,001.$$

Trzecia iteracja:

$$x^4 = x^3 - \left\{ \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=x^3} \right\}^{-1} \cdot f(x^3) = -1,00006$$

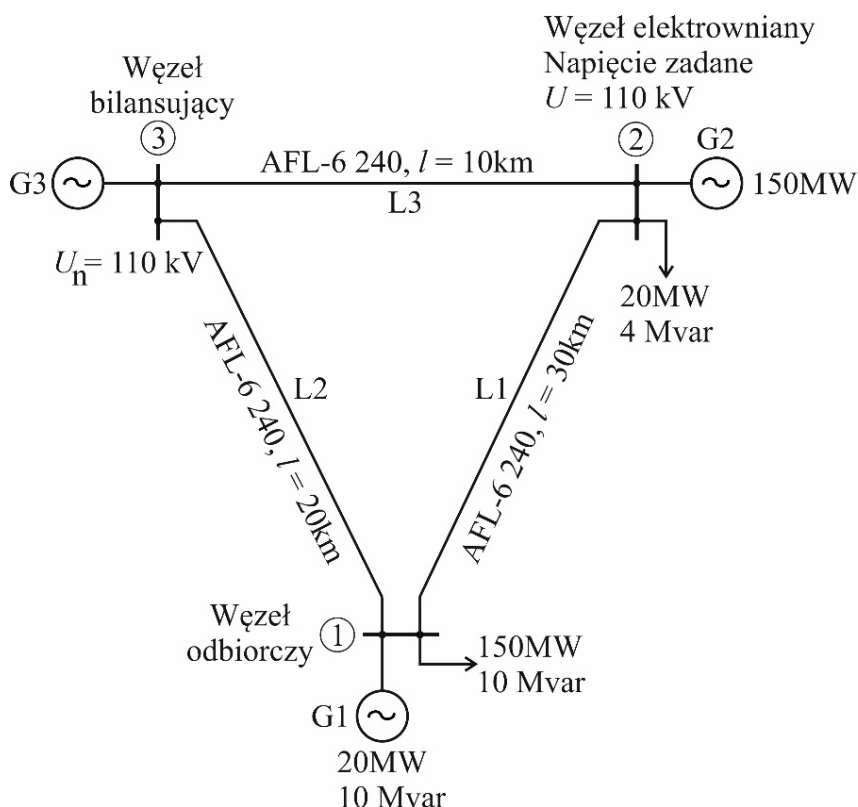
$$f(x^4) = |(-1,00006)^2 - 2 \cdot (-1,00006) - 3| = 0,00024 < 0,001.$$

Założona dokładność została uzyskana po trzeciej iteracji, dlatego też obliczenia można zakończyć.

Przedstawiony przykład obrazuje działanie metody Newtona-Raphsona. Rozpatrywana funkcja posiada dwa pierwiastki, także znalezienie każdego z nich uzależnione jest od przyjętego punktu startowego. Dla założonej dokładności wyniki uzyskuje się po kilku iteracjach co sprawia, że czas obliczeń jest stosunkowo krótki. W SEE natomiast istnieje tylko jedno rozwiązanie dla danego stanu pracy, dlatego też metoda ta z powodzeniem może być wykorzystywana do poszukiwania wektora stanu $\mathbf{x}$.

Zadanie 2:

Wykorzystując metodę Newtona-Raphsona, wyznaczyć rozptyw mocy i rozkład napięć w sieci elektroenergetycznej przedstawionej na Rys.11.1.



Rys. 11.1. Schemat sieci do przykładu [9]

Rozwiązanie

Dla trzech linii 110 kV z Rys.11.1 przyjąć, że reaktancja jednostkowa wynosi 0,4 Ω /km natomiast susceptancja jednostkowa wynosi 2,77 μ S/km. Pominąć konduktancje linii. Obliczenia wektora stanu wykonać w jednostkach względnych, zakładając, że moc bazowa $S_b = 100$ MVA, napięcie bazowe $U_b = 110$ kV. W oparciu o wyniki obliczeń wyznaczyć rozplwy mocy i prądów jednostkach mianowanych. Na podstawie mocy bazowej i napięcia bazowego wyznaczona zostanie impedancja i admitancja bazowa:

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{(110 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 10^6} = 121 \Omega, \quad Y_b = \frac{S_b}{U_b^2} = \frac{100 \cdot 10^6}{(110 \cdot 10^3)^2} = 8,26 \cdot 10^{-3} \text{ S}.$$

W pierwszym kroku wyznaczone zostaną parametry schematu zastępczego linii elektroenergetycznych:

Linia L1:

w jednostkach mianowanych,

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{30000}{34 \cdot 240} = 3,68 \, \Omega, X = X' \cdot l = 0,4 \cdot 30 = 12 \, \Omega, B = B' \cdot l = 2,77 \cdot 30 = 83,1 \, \mu S,$$

w jednostkach względnych,

$$R_{pu} = \frac{1}{Z_b} \cdot \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{3,68}{121} = 0,03 \, pu, X = \frac{1}{Z_b} \cdot X' \cdot l = \frac{12}{121} = 0,099 \, pu,$$

$$B = \frac{1}{Y_b} \cdot B' \cdot l = \frac{83,1 \cdot 10^{-6}}{8,26 \cdot 10^{-3}} = 0,01 \, pu.$$

Linia L2:

w jednostkach mianowanych,

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{20000}{34 \cdot 240} = 2,45 \, \Omega, X = X' \cdot l = 0,4 \cdot 20 = 8 \, \Omega, B = B' \cdot l = 2,77 \cdot 20 = 55,4 \, \mu S,$$

w jednostkach względnych,

$$R_{pu} = \frac{1}{Z_b} \cdot \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{2,45}{121} = 0,02 \, pu, X = \frac{1}{Z_b} \cdot X' \cdot l = \frac{8}{121} = 0,07 \, pu,$$

$$B = \frac{1}{Y_b} \cdot B' \cdot l = \frac{55,4 \cdot 10^{-6}}{8,26 \cdot 10^{-3}} = 6,70 \cdot 10^{-3} \, pu.$$

Linia L3:

w jednostkach mianowanych,

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{10000}{34 \cdot 240} = 1,23 \, \Omega, X = X' \cdot l = 0,4 \cdot 10 = 4 \, \Omega, B = B' \cdot l = 2,77 \cdot 10 = 27,7 \, \mu S,$$

w jednostkach względnych,

$$R_{pu} = \frac{1}{Z_b} \cdot \frac{l}{\gamma \cdot S} = \frac{1,23}{121} = 0,01 \, pu, X = \frac{1}{Z_b} \cdot X' \cdot l = \frac{4}{121} = 0,04 \, pu,$$

$$B = \frac{1}{Y_b} \cdot B' \cdot l = \frac{27,7 \cdot 10^{-6}}{8,26 \cdot 10^{-3}} = 3,35 \cdot 10^{-3} \, pu.$$

Impedancje wzdłużne poszczególnych linii wynoszą:

139



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

w jednostkach mianowanych,

$$\underline{Z}_{L1} = (3,68 + j12) \Omega, \underline{Z}_{L2} = (2,45 + j8) \Omega, \underline{Z}_{L3} = (1,23 + j4) \Omega,$$

w jednostkach względnych,

$$\underline{Z}_{L1} = (0,03 + j0,099) \text{ pu}, \underline{Z}_{L2} = (0,02 + j0,06) \text{ pu}, \underline{Z}_{L3} = (0,01 + j0,04) \text{ pu}.$$

Admitancje poprzeczne poszczególnych linii wynoszą:

w jednostkach mianowanych,

$$\underline{Y}_{L10} = j83,1 \mu\text{S}, \underline{Y}_{L20} = j55,4 \mu\text{S}, \underline{Y}_{L30} = j27,7 \mu\text{S},$$

w jednostkach względnych,

$$\underline{Y}_{L10} = j0,01 \text{ pu}, \underline{Y}_{L20} = j6,793 \cdot 10^{-3} \text{ pu}, \underline{Y}_{L30} = j3,352 \cdot 10^{-3} \text{ pu}.$$

W drugim kroku wyznaczone zostaną poszczególne wyrazy macierzy admitancyjnej węzłowej, niezbędne do dalszych obliczeń:

$$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{L10}/2 + \underline{Y}_{L20}/2 + 1/\underline{Z}_{L1} + 1/\underline{Z}_{L2} = (7,06 - j23,07) \text{ pu} = 24,095 \cdot e^{-72,961^\circ} \text{ pu},$$

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = -1/\underline{Z}_{L1} = (-2,824 + j9,218) \text{ pu} = 9,641 \cdot e^{107,034^\circ} \text{ pu},$$

$$\underline{Y}_{13} = \underline{Y}_{31} = -1/\underline{Z}_{L2} = (-4,236 + j13,827) \text{ pu} = 14,462 \cdot e^{107,034^\circ} \text{ pu},$$

$$\underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{L10}/2 + \underline{Y}_{L30}/2 + 1/\underline{Z}_{L1} + 1/\underline{Z}_{L2} = (11,297 - j36,866) \text{ pu} = 38,558 \cdot e^{-72,963^\circ} \text{ pu},$$

$$\underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{32} = -1/\underline{Z}_{L3} = (-8,473 + j27,654) \text{ pu} = 28,923 \cdot e^{107,034^\circ} \text{ pu}.$$

Element macierzy $\underline{Y}_{33}$ został pominięty ponieważ zarówno moduł wektora napięcia jak i jego argument są w „z góry” zakładane w węźle bilansującym, który stanowi węzeł odniesienia i jest usuwany z macierzy.

W przykładzie założono, że moduł napięcia w węźle bilansującym (3) wynosi 110 kV (1 pu) natomiast argument 0° . Moduł napięcia w węźle 2 (elektrownianym) jest zadany i wynosi 110 kV (1 pu). Poszukiwane są natomiast kąty fazowe napięć w węzłach 1 (δ_1) i 2 (δ_2) oraz moduł napięcia w węźle 1 (U_1).

Jako punkt startowy założono, że wartości argumentów w węzłach 1 i 2 wynoszą 0° natomiast moduł napięcia w węźle 1 wynosi 110 kV (1 pu). W kolejnych iteracjach wykorzystywane będzie następujące równanie:

$$\begin{bmatrix} \delta_1^{k+1} \\ \delta_2^{k+1} \\ U_1^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1^k \\ \delta_2^k \\ U_1^k \end{bmatrix} + \left[\begin{pmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial U_1} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial U_1} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial U_1} \end{pmatrix}_{U^k, \delta^k} \right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_1^k \\ \Delta P_2^k \\ \Delta Q_1^k \end{bmatrix}$$

Rozpatrywana sieć posiada trzy węzły, w związku z tym macierz powinna mieć wymiar $(2 \cdot 3 - 2) \times (2 \cdot 3 - 2) = 4 \times 4$. Ponieważ węzeł 2 jest węzłem elektrownianym, toteż znany jest w nim moduł napięcia, który wynosi 1 pu. Zatem, w tym przypadku, liczba poszukiwanych wielkości wynosi 3, stąd wymiar macierzy 3×3 .

Poszczególne składniki równania będą wyznaczone w oparciu o zależności:

$$\begin{aligned} \Delta P_1^k &= P_{G1} - P_{L1} - (U_1^k \cdot U_1^k \cdot Y_{11} \cdot \cos(-\mu_{11}) + \\ &+ U_1^k \cdot U_2^k \cdot Y_{12} \cdot \cos(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12}) + U_1^k \cdot U_3^k \cdot Y_{13} \cdot \cos(\delta_1^k - \delta_3^k - \mu_{13})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta P_2^k &= P_{G2} - P_{L2} - (U_2^k \cdot U_2^k \cdot Y_{22} \cdot \cos(-\mu_{22}) + \\ &+ U_2^k \cdot U_1^k \cdot Y_{21} \cdot \cos(\delta_2^k - \delta_1^k - \mu_{21}) + U_2^k \cdot U_3^k \cdot Y_{23} \cdot \cos(\delta_2^k - \delta_3^k - \mu_{23})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_1^k &= Q_{G1} - Q_{L1} - (U_1^k \cdot U_1^k \cdot Y_{11} \cdot \sin(-\mu_{11}) + \\ &+ U_1^k \cdot U_2^k \cdot Y_{12} \cdot \sin(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12}) + U_1^k \cdot U_3^k \cdot Y_{13} \cdot \sin(\delta_1^k - \delta_3^k - \mu_{13})) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} = -(U_1^k \cdot U_2^k \cdot Y_{12} \cdot \sin(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12}) + U_1^k \cdot U_3^k \cdot Y_{13} \cdot \sin(\delta_1^k - \delta_3^k - \mu_{13}))$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} = U_1^k \cdot U_2^k \cdot Y_{12} \cdot \sin(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12})$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_1} = U_2^k \cdot U_1^k \cdot Y_{21} \cdot \sin(\delta_2^k - \delta_1^k - \mu_{21})$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = -(U_2^k \cdot U_1^k \cdot Y_{21} \cdot \sin(\delta_2^k - \delta_1^k - \mu_{21}) + U_2^k \cdot U_3^k \cdot Y_{23} \cdot \sin(\delta_2^k - \delta_3^k - \mu_{23}))$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial U_1} = 2 \cdot U_1^k \cdot Y_{11} \cos(-\mu_{11}) + (U_2^k \cdot Y_{12} \cdot \cos(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12}) + U_3^k \cdot Y_{13} \cdot \cos(\delta_1^k - \delta_3^k - \mu_{13}))$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial U_2} = U_1^k \cdot Y_{12} \cdot \cos(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12})$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial U_1} = U_2^k \cdot Y_{21} \cdot \cos(\delta_2^k - \delta_1^k - \mu_{21})$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial U_2} = 2 \cdot U_2^k \cdot Y_{22} \cos(-\mu_{22}) + (U_1^k \cdot Y_{21} \cdot \cos(\delta_2^k - \delta_1^k - \mu_{21}) + U_3^k \cdot Y_{23} \cdot \cos(\delta_2^k - \delta_3^k - \mu_{23}))$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} = U_1^k \cdot U_2^k \cdot Y_{12} \cdot \cos(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12}) + U_1^k \cdot U_3^k \cdot Y_{13} \cdot \cos(\delta_1^k - \delta_3^k - \mu_{13})$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_2} = -U_1^k \cdot U_2^k \cdot Y_{12} \cdot \cos(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12})$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial U_1} = 2 \cdot U_1^k \cdot Y_{11} \cdot \sin(-\mu_{11}) + (U_2^k \cdot Y_{12} \cdot \sin(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12}) + U_3^k \cdot Y_{13} \cdot \sin(\delta_1^k - \delta_3^k - \mu_{13}))$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial U_2} = U_1^k \cdot Y_{12} \cdot \sin(\delta_1^k - \delta_2^k - \mu_{12})$$

Wymagana dokładność ε (czyli wartości funkcji ΔP i ΔQ) wynosi 0,001. W następnym kroku wykonywane będą kolejne iteracje aż do uzyskania założonej dokładności.

Jako pierwsza zastosowana zostanie klasyczna metoda Newtona-Raphsona.

Zerowa iteracja ($k = 0$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_2^1 \\ U_1^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 23,045 & -9,218 & 7,06 \\ -9,218 & 36,872 & -2,824 \\ -7,06 & 2,824 & 23,029 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -1,3 \\ 1,3 \\ 0,008379 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4217 \\ 1,3467 \\ 0,9845 \end{bmatrix}$$

Pierwsza iteracja ($k = 1$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^2 \\ \delta_2^2 \\ U_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4217 \\ 1,3467 \\ 0,9845 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 22,298 & -8,873 & 5,662 \\ -9,239 & 37,084 & -2,212 \\ -8,113 & 3,371 & 22,712 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0,0305 \\ 0,00152 \\ -0,0315 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4825 \\ 1,3281 \\ 0,9828 \end{bmatrix}$$

Druga iteracja ($k = 2$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_2^3 \\ U_1^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4825 \\ 1,3281 \\ 0,9828 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 22,251 & -8,855 & 5,616 \\ -9,224 & 37,067 & -2,205 \\ -8,120 & 3,372 & 22,641 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0,0000605 \\ 0,0000108 \\ -0,0000647 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4826 \\ 1,328 \\ 0,9828 \end{bmatrix}$$

Wymagana dokładność została osiągnięta także obliczenia mogą zostać zakończone. Poszukiwane wielkości wynoszą odpowiednio $\delta_1 = -2,483^\circ$, $\delta_2 = 1,328^\circ$, $U_1 = 0,9828$ pu ($U_1 = 0,9828 \cdot 110 \text{ kV} = 108,11 \text{ kV}$).

Moc bierna generowana w węźle 2, przy założonym module napięcia $U_1 = 110 \text{ kV}$, wynosi:

$$Q_{G2} = Q_{L2} + U_2 \cdot (U_1 \cdot U_1 \cdot Y_{11} \cdot \sin(-\mu_{11}) + U_1 \cdot U_2 \cdot Y_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2 - \mu_{12}) + U_1 \cdot U_3 \cdot Y_{13} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_3 - \mu_{13})) = -16,155 \text{ Mvar}$$

Znak „-” przy mocy Q_{G2} oznacza, że generator pobiera moc bierną w węźle 2.

Znając wektor stanu, można wyznaczyć rozpięty prądów i mocy w gałęziach.

Prąd oraz moc płynące linią L1, od węzła 2 do węzła 1, przy węźle 1, są następujące:

$$\underline{I}_{12} = -\frac{(\underline{U}_1 - \underline{U}_2)}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{12}} - \frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{Y_{120}}{2} = (344,449 + j8,5) \text{ A}$$

$$\underline{S}_{12} = P_{12} + jQ_{12} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_{12}^* = (64,37 - j4,384) \text{ MVA}$$

Prąd oraz moc płynące linią L1, od węzła 1 do węzła 2, przy węźle 2, są następujące:

$$\underline{I}_{21} = -\frac{(\underline{U}_2 - \underline{U}_1)}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{12}} - \frac{\underline{U}_2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{Y_{120}}{2} = (-344,5 - j13,729) \text{ A}$$

$$\underline{S}_{21} = P_{21} + jQ_{21} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_{21}^* = (-65,68 + j1,094) \text{ MVA}$$

Prąd oraz moc płynące linią L2, od węzła 3 do węzła 1, przy węźle 1, są następujące:

143



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

$$\underline{I}_{13} = -\frac{(\underline{U}_1 - \underline{U}_3)}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{13}} - \frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\underline{Y}_{130}}{2} = (349,162 - j38,572) \text{ A}$$

$$\underline{S}_{13} = P_{13} + jQ_{13} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_{13}^* = (65,63 + j4,384) \text{ MVA}$$

Prąd oraz moc płynące linią L2, od węzła 1 do węzła 3, przy węźle 3, są następujące:

$$\underline{I}_{31} = -\frac{(\underline{U}_3 - \underline{U}_1)}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{13}} - \frac{\underline{U}_3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\underline{Y}_{130}}{2} = (-349,237 + j35,086) \text{ A}$$

$$\underline{S}_{31} = P_{31} + jQ_{31} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_{31}^* = (-66,539 - j6,684) \text{ MVA}$$

Prąd oraz moc płynące linią L3, od węzła 3 do węzła 2, przy węźle 2, są następujące:

$$\underline{I}_{23} = -\frac{(\underline{U}_2 - \underline{U}_3)}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{23}} - \frac{\underline{U}_1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\underline{Y}_{130}}{2} = (-335,188 - j107,843) \text{ A}$$

$$\underline{S}_{23} = P_{23} + jQ_{23} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_{23}^* = (-64,32 + j19,061) \text{ MVA}$$

Prąd oraz moc płynące linią L3, od węzła 2 do węzła 3, przy węźle 3, są następujące:

$$\underline{I}_{32} = -\frac{(\underline{U}_3 - \underline{U}_2)}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{23}} - \frac{\underline{U}_3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\underline{Y}_{230}}{2} = (335,209 + j106,084) \text{ A}$$

$$\underline{S}_{32} = P_{32} + jQ_{32} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_{32}^* = (63,866 - j20,212) \text{ MVA}$$

Aby wyznaczyć sumaryczną moc generowaną lub odbieraną w węźle bilansującym, czyli węzeł nr 3, należy posumować wartości mocy przy tym węźle, płynące w liniach przyłączonych do niego:

$$\underline{S}_3 = P_3 + jQ_3 = \underline{S}_{32} + \underline{S}_{31} = (-2,673 - j26,896) \text{ MVA}$$

Znak „-” przy mocy $\underline{S}_3$ oznacza, że moc odpływa od węzła. Biorąc zatem pod uwagę bilans mocy generowanej w źródłach G2 i G3 oraz odbieranej w węzłach 2 i 3:

$$P_G - P_L = 150 + 20 - 150 - 20 = 0 \text{ MW}$$

$$Q_G - Q_L = 10 - 10 - 4 - 16,155 = -20,155 \text{ Mvar}$$

można wywnioskować, że moc $\underline{S}_3$ stanowi straty mocy w całej sieci wraz z

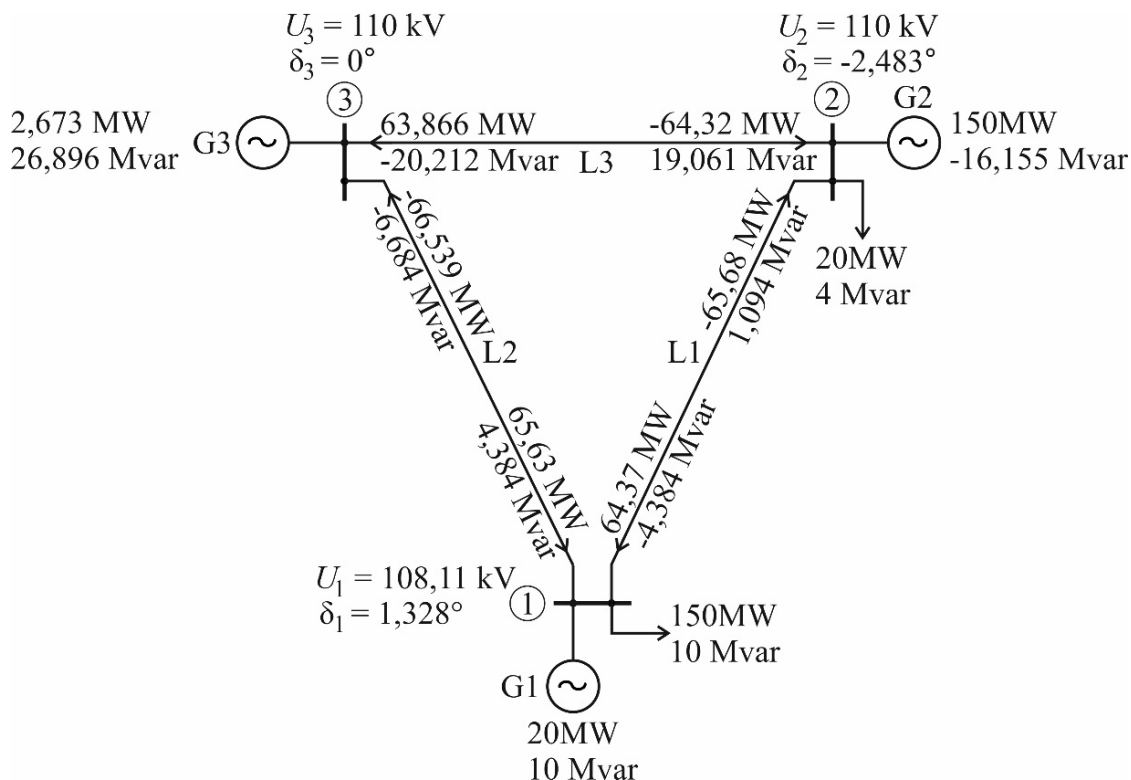
144



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

uwzględnieniem mocy biernej, niezbędnej do utrzymania zadanej wartości napięcia w węźle 2.

Na Rys.11.2. przedstawiona została analizowana sieć wraz z naniesionymi rozpiętami mocy w liniach i wartościami napięć w węzłach.



Rys. 11.2. Schemat sieci do przykładowej analizy z naniesionymi rozpiętami mocy w liniach i wartościami napięć w węzłach [9]

Jako druga zastosowana zostanie rozłączna metoda Newtona-Raphsona. Tak jak wspomniano wcześniej polega ona na pominięciu podmacierzy J_{PQ} oraz $J_{Q\delta}$. Zadanie można podzielić wtedy na dwa oddzielne procesy iteracyjne. Pierwszy proces dotyczy kątów fazowych napięć natomiast drugi proces dotyczy modułów napięć węzłowych. Wymagana dokładność ϵ (czyli wartości funkcji ΔP i ΔQ) wynosi również 0,001. W następnym kroku wykonywane będą kolejne iteracje aż do uzyskania założonej dokładności.

Zerowa iteracja ($k = 0$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 23,0452 & -9,2181 \\ -9,2181 & 36,8723 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -1,3 \\ 1,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,6934 \\ 1,3467 \end{bmatrix}$$

$$U_1^1 = 1 + (23,0285)^{-1} \cdot (0,008379) = 1,0004$$

Pierwsza iteracja (k = 1):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^2 \\ \delta_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,6934 \\ 1,3467 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 22,6172 & -8,9995 \\ -9,3976 & 37,2433 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -0,01458 \\ -0,00797 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,7399 \\ 1,3227 \end{bmatrix}$$

$$U_1^2 = 1,0004 + (23,4815)^{-1} \cdot (-0,4364) = 0,98178$$

Druga iteracja (k = 2):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,7399 \\ 1,3227 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 22,1918 & -8,83095 \\ -9,2238 & 37,06629 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0,10467 \\ -0,04022 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4674 \\ 1,32836 \end{bmatrix}$$

$$U_1^3 = 0,98178 + (22,631)^{-1} \cdot (-0,01318) = 0,9812$$

Trzecia iteracja (k = 3):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^4 \\ \delta_2^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4674 \\ 1,32836 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 22,21708 & -8,84147 \\ -9,20836 & 37,0516 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0,0031738 \\ -0,0013095 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4592 \\ 1,32837 \end{bmatrix}$$

$$U_1^4 = 0,9812 + (22,5645)^{-1} \cdot (0,0384) = 0,9829$$

Czwarta iteracja (k = 4):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^5 \\ \delta_2^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4592 \\ 1,32837 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 22,25681 & -8,8573 \\ -9,22403 & 37,06727 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -0,009563 \\ 0,0037626 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,48397 \\ 1,32803 \end{bmatrix}$$

$$U_1^5 = 0,9829 + (22,64179)^{-1} \cdot (0,001092) = 0,98295$$

Piąta iteracja (k = 5):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^6 \\ \delta_2^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,48397 \\ 1,32803 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 22,2544 & -8,8563 \\ -9,2254 & 37,0686 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -0,0002717 \\ 0,00010616 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,48468 \\ 1,32801 \end{bmatrix}$$

$$U_1^6 = 0,98295 + (22,64756)^{-1} \cdot (-0,003487) = 0,98279$$

Szósta iteracja ($k = 6$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^7 \\ \delta_2^7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,48468 \\ 1,32801 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 22,25083 & -8,85487 \\ -9,22399 & 37,06718 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0,0008647 \\ -0,0003395 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4824 \\ 1,328 \end{bmatrix}$$

$$U_1^7 = 0,98279 + (22,64057)^{-1} \cdot (-0,0000997) = 0,9828$$

W przypadku kątów fazowych napięć, wymagana dokładność została osiągnięta po piątej iteracji, natomiast w przypadku modułu napięcia w węźle 1 – po szóstej iteracji, także obliczenia mogą zostać zakończone. Poszukiwane wielkości wynoszą odpowiednio $\delta_1 = -2,4824^\circ$, $\delta_2 = 1,328^\circ$, $U_1 = 0,9828$ pu ($U_1 = 0,9828 \cdot 110 \text{ kV} = 108,108 \text{ kV}$). Należy zaznaczyć, że wprowadzone uproszczenia pozwoliły zmniejszyć nakład obliczeniowy, ale w stosunku do klasycznej metody Newtona-Raphsona, zwiększeniu uległa liczba iteracji.

Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku uwzględnienia kolejnych uproszczeń, czyli zastosowaniu szybkiej rozłącznej metody Newtona-Raphsona. Zadanie można podzielić również na dwa oddzielne procesy iteracyjne. Pierwszy proces dotyczy kątów fazowych napięć natomiast drugi proces dotyczy modułów napięć węzłowych. Wymagana dokładność ε (czyli wartości funkcji ΔP i ΔQ) wynosi również 0,001. W przypadku tej metody konieczne jest wyznaczenie macierzy $\mathbf{B}_N$ oraz $\mathbf{B}_L$:

$$\mathbf{B}_N = \begin{bmatrix} -B_{11} & -B_{12} \\ -B_{21} & -B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23,03683 & -9,21809 \\ -9,21809 & 36,86564 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_L = -B_{11} = 23,037$$

Zgodnie z wcześniejszym opisem, macierze $\mathbf{B}_N$ oraz $\mathbf{B}_L$ są stałe w trakcie obliczeń dlatego też proces ich odwracania wykonuje się jeden raz, na początku:

$$\mathbf{B}_N^{-1} = \begin{bmatrix} 23,03683 & -9,21809 \\ -9,21809 & 36,86564 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,04823 & 0,01206 \\ 0,01206 & 0,03014 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_N^{-1} = (23,037)^{-1} = 0,04341$$

Poszczególne iteracje przebiegają w następujący sposób:

Zerowa iteracja ($k = 0$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,04823 & 0,01206 \\ 0,01206 & 0,03014 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1,3 \\ 1,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,6944 \\ 1,3467 \end{bmatrix}$$

$$U_1^1 = 1 + (0,04341) \cdot (0,008379) = 1,00036$$

Pierwsza iteracja ($k = 1$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^2 \\ \delta_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,6944 \\ 1,3467 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,04823 & 0,01206 \\ 0,01206 & 0,03014 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,01418 \\ -0,00813 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,7392 \\ 1,3229 \end{bmatrix}$$

$$U_1^2 = 1,0004 + (0,04341) \cdot (-0,43637) = 0,98142$$

Druga iteracja ($k = 2$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,7392 \\ 1,3229 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,04823 & 0,01206 \\ 0,01206 & 0,03014 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,108410 \\ -0,004098 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,46792 \\ 1,32702 \end{bmatrix}$$

$$U_1^3 = 0,98142 + (0,04341) \cdot (-0,005093) = 0,9812$$

Trzecia iteracja ($k = 3$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^4 \\ \delta_2^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,46792 \\ 1,32702 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,04823 & 0,01206 \\ 0,01206 & 0,03014 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,00320475 \\ -0,0005145 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,45942 \\ 1,32834 \end{bmatrix}$$

$$U_1^4 = 0,9812 + (0,04341) \cdot (0,03909) = 0,9829$$

Czwarta iteracja ($k = 4$):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^5 \\ \delta_2^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,45942 \\ 1,32834 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,04823 & 0,01206 \\ 0,01206 & 0,03014 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,0096407 \\ 0,00374309 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,48347 \\ 1,32814 \end{bmatrix}$$

$$U_1^5 = 0,9829 + (0,04341) \cdot (0,0011454) = 0,98295$$

Piąta iteracja (k = 5):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^6 \\ \delta_2^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,48347 \\ 1,32814 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,04823 & 0,01206 \\ 0,01206 & 0,03014 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,0004491 \\ 0,00010766 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4846 \\ 1,328 \end{bmatrix}$$

$$U_1^6 = 0,98295 + (0,04341) \cdot (-0,0034552) = 0,9828$$

Szósta iteracja (k = 6):

$$\begin{bmatrix} \delta_1^7 \\ \delta_2^7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4846 \\ 1,328 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,04823 & 0,01206 \\ 0,01206 & 0,03014 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,0008495 \\ -0,0003304 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,4825 \\ 1,328 \end{bmatrix}$$

$$U_1^7 = 0,9828 + (0,04341) \cdot (-0,0001608) = 0,98279$$

W przypadku kątów fazowych napięć, wymagana dokładność została osiągnięta po piątej iteracji, natomiast w przypadku modułu napięcia w węźle 1 – po szóstej iteracji, także obliczenia mogą zostać zakończone. Poszukiwane wielkości wynoszą odpowiednio $\delta_1 = -2,4825^\circ$, $\delta_2 = 1,328^\circ$, $U_1 = 0,98279$ pu ($U_1 = 0,9828 \cdot 110 \text{ kV} = 108,11 \text{ kV}$). Należy również zaznaczyć, że wprowadzone uproszczenia pozwoliły zmniejszyć nakład obliczeniowy, ale w stosunku do klasycznej metody Newtona-Raphsona, zwiększeniu uległa liczba iteracji.

Zadanie 3:

Wykorzystując metodę DC, wyznaczyć rozpyływ mocy czynnej w sieci elektroenergetycznej przedstawionej na Rys.11.1.

Rozwiązanie

Korzystając z danych, przedstawionych w poprzednim przykładzie (Zadanie 2), w pierwszym kroku wyznaczona zostanie macierz admitancyjna węzłowa. Poszczególne

wyrazy tej macierzy przyjmują następujące wartości:

$$Y_{11} = \frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{X_{L2}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{8} = 0,208 \text{ S}$$

$$Y_{22} = \frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{X_{L3}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = 0,333 \text{ S}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -\frac{1}{X_{L1}} = -\frac{1}{12} = -0,083 \text{ S}$$

Macierz admitancji węzłowych przybiera zatem następującą postać:

$$Y = \begin{bmatrix} 0,208 & -0,083 \\ -0,083 & 0,333 \end{bmatrix} \text{ S}$$

Macierz admitancyjna węzłowa ma wymiar 2x2 ponieważ usunięty został węzeł odniesienia (węzeł numer 3) jako zależny.

Macierz impedancyjna węzłowa, będąca odwrotnością macierzy admitancyjnej, ma postać:

$$Z = Y^{-1} = \begin{bmatrix} 0,208 & -0,083 \\ -0,083 & 0,333 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 5,333 & 1,333 \\ 1,333 & 1,333 \end{bmatrix} \Omega$$

Przy obliczaniu kolejnych wielkości, wyrazy macierzy impedancyjnej związane z węzłem odniesienia (w tym przypadku węzłem numer 3) przyjmuje się jako równe zero (węzeł ten jest usuwany z macierzy admitancyjnej węzłowej, a tym samym również z macierzy impedancyjnej węzłowej). Pomija się również składniki związane z mocą generowaną i odbieraną w tym węźle ze względu na to, że moc węzłowa w tym węźle wynika z bilansu mocy w sieci, czyli jest zależna od mocy generowanych oraz pobieranych w pozostałych węzłach sieci.

W kolejnym kroku wyznaczone zostaną kąty fazowe wektorów napięcia (wektor stanu):

$$\delta_1 = \frac{1}{U_n^2} \cdot (Z_{11} \cdot P_{G1} + Z_{12} \cdot P_{G2} - Z_{11} \cdot P_{L1} - Z_{12} \cdot P_{L2}) =$$

$$= \frac{1}{(110 \cdot 10^3)^2} \cdot (5,333 \cdot 20 \cdot 10^6 + 1,333 \cdot 150 \cdot 10^6 - 5,333 \cdot 150 \cdot 10^6 - 1,333 \cdot 20 \cdot 10^6) = -0,043 \text{ rad}$$

$$\delta_2 = \frac{1}{U_n^2} \cdot (Z_{21} \cdot P_{G1} + Z_{22} \cdot P_{G2} - Z_{21} \cdot P_{L1} - Z_{22} \cdot P_{L2}) =$$

$$= \frac{1}{(110 \cdot 10^3)^2} \cdot (1,333 \cdot 20 \cdot 10^6 + 3,333 \cdot 150 \cdot 10^6 - 1,333 \cdot 150 \cdot 10^6 - 3,333 \cdot 20 \cdot 10^6) = 0,021 \text{ rad}$$

$$\delta_3 = 0 \text{ rad}$$

Argumenty można wyrazić również w stopniach:

$$\delta_1 = -0,043 \cdot \frac{180}{\pi} = -2,462^\circ$$

$$\delta_2 = 0,021 \cdot \frac{180}{\pi} = 1,231^\circ$$

$$\delta_3 = 0 \cdot \frac{180}{\pi} = 0^\circ$$

Argument 0 w węźle bilansującym wynika z jego funkcji pełnionej w sieci. Jest to węzeł $U\delta$. Oznacza to zadane napięcie (w przypadku metody DC równe napięciu znamionowemu U_n) oraz kąt fazowy wektora napięcia $\delta = 0^\circ$.

Korzystając z wyprowadzonych wcześniej zależności, wyznaczony zostanie rozpył prądów w sieci:

$$I_{12} = \frac{1}{X_{12}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3} \cdot U_n} \cdot [(Z_{11} - Z_{12}) \cdot P_{G1} + (Z_{21} - Z_{22}) \cdot P_{G2} - (Z_{11} - Z_{12}) \cdot P_{L1} - (Z_{21} - Z_{22}) \cdot P_{L2}]$$

$$I_{12} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{\sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3} \cdot [(5,333 - 1,333) \cdot 20 \cdot 10^6 + (1,333 - 3,333) \cdot 150 \cdot 10^6 - (5,333 - 1,333) \cdot 150 \cdot 10^6 - (1,333 - 3,333) \cdot 20 \cdot 10^6] = -341,162 \text{ A}$$

$$I_{13} = \frac{1}{X_{13}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3} \cdot U_n} \cdot [(Z_{11} - Z_{13}) \cdot P_{G1} + (Z_{21} - Z_{23}) \cdot P_{G2} - (Z_{11} - Z_{13}) \cdot P_{L1} - (Z_{21} - Z_{23}) \cdot P_{L2}]$$

$$I_{13} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3} \cdot [(5,333 - 0) \cdot 20 \cdot 10^6 + (1,333 - 0) \cdot 150 \cdot 10^6 - (5,333 - 0) \cdot 150 \cdot 10^6 - (1,333 - 0) \cdot 20 \cdot 10^6] = -341,162 \text{ A}$$

$$I_{23} = \frac{1}{X_{23}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3} \cdot U_n} \cdot [(Z_{12} - Z_{13}) \cdot P_{G1} + (Z_{22} - Z_{23}) \cdot P_{G2} - (Z_{12} - Z_{13}) \cdot P_{L1} - (Z_{22} - Z_{23}) \cdot P_{L2}]$$

$$I_{23} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3} \cdot [(1,333 - 0) \cdot 20 \cdot 10^6 + (3,333 - 0) \cdot 150 \cdot 10^6 - (1,333 - 0) \cdot 150 \cdot 10^6 - (3,333 - 0) \cdot 20 \cdot 10^6] = 341,162 \text{ A}$$

Rozpływy mocy wynikają z rozplądów prądów:

$$P_{12} = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_{12} = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3 \cdot (-341,162) = -65 \text{ MW},$$

$$P_{13} = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_{13} = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3 \cdot (-341,162) = -65 \text{ MW},$$

$$P_{23} = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_{23} = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3 \cdot 341,162 = 65 \text{ MW}.$$

Znak „-” przy wartościach prądów I_{12} , I_{13} oraz mocy P_{12} , P_{13} oznacza, że prąd (moc) przepływa odpowiednio od węzła 2 do 1 oraz od węzła 3 do 1, a nie odwrotnie.

Bilans mocy w węźle bilansującym (odniesienia), wynika z sumowania przepływów mocy w liniach do niego przyłączonych:

$$P_3 = P_{13} + P_{23} = -65 + 65 = 0 \text{ MW}$$

Bilans mocy w całej sieci stanowi różnica pomiędzy mocą generowaną i odbieraną (straty mocy w przypadku metody DC są pomijane):

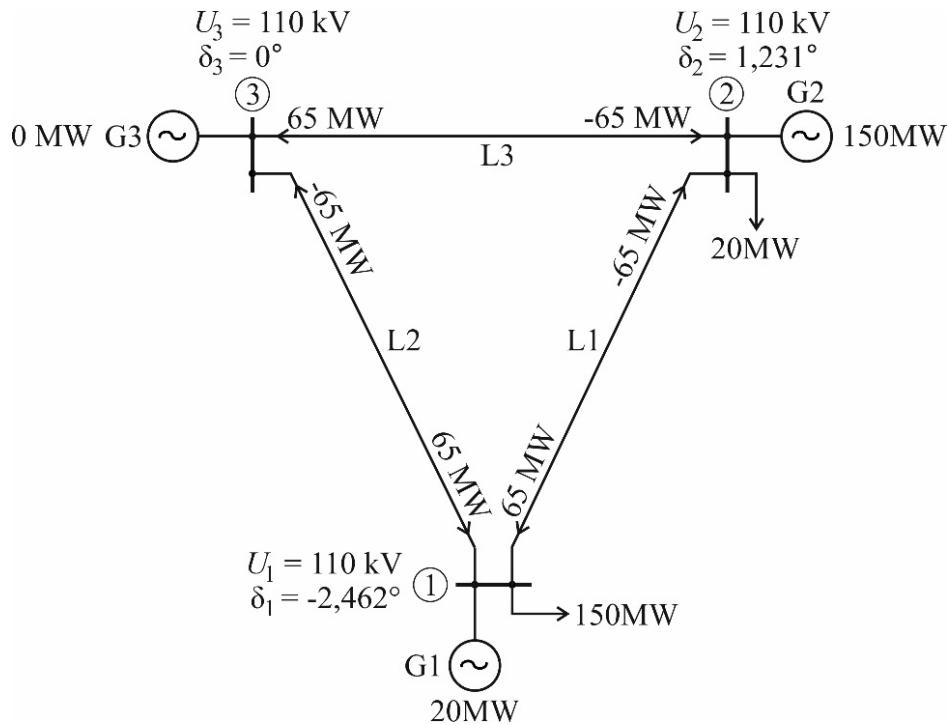
152



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
Utwór dostępny jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe.

$$\sum_{i=1}^2 P_{Gi} - \sum_{i=1}^2 P_{Li} = 20 + 150 - 150 - 20 = 0 \text{ MW}$$

Na Rys.6.3 przedstawiona została sieć wraz z naniesionymi rozpiętami mocy w liniach i wartościami napięć w węzłach.



Rys. 6.3. Schemat sieci do przykładu z naniesionymi rozpiętami mocy w liniach i wartościami napięć w węzłach [9]

12. Bibliografia

1. Plamitzer A. M.: *Maszyny elektryczne*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1982.
2. Pijarski P., Kacejko P., Adamek S., Janiga K., *Problemy obliczeniowe elektroenergetyki*, Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, 2023.
3. Wasiak I.: *Elektroenergetyka w zarysie. Przesył i rozdział energii elektrycznej*, Łódź, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 2009.
4. IEEE *Guide for the Application of Protective Relaying for Phase-Shifting Transformers*, IEEE Power and Energy Society 2018 (IEEE Std C37.245).
5. Energa-Operator S.A., Przewody elektroenergetycznych linii napowietrznych 110 kV.
6. Bożentowicz L. i in., *Poradnik inżyniera elektryka*, Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 2020, ISBN 978-83-01-20160-9.
7. Kanicki A., *Wyznaczanie wielkości zwarciovych w systemie elektroenergetycznym*, Łódź 2001.
8. Polewaczyk M., *Układy HVDC we współczesnych systemach elektroenergetycznych*, Przegląd Elektrotechniczny, 1, 3–12, 2016.
9. Kacejko P., Pijarski P., *Podstawy Elektroenergetyki*, PWN, Warszawa, 2024.
10. PGE Dystrybucja S.A., Kryteria oceny możliwości przyłączenia oraz wymagania techniczne dla źródeł energii przyłączanych do sieci SN Operatora Systemu Dystrybucyjnego, Poznań 2014, <https://pgedystrybucja.pl/> (dostęp: 02.05.2024).
11. Kacejko P., Machowski J., Pijarski P., Smolarczyk A., *Zwarcia w systemach elektroenergetycznych*, PWN, Warszawa, 2022.
12. Poradnik Inżyniera Elektryka. Tom 3, WNT, Warszawa 2019 r.
13. Dymek D., Jastrzębska E., Kurbiel W.: *Awarie linii elektroenergetycznych wywołane oblodzeniem*, XXVI Konferencja Naukowo-Techniczna „Awarie budowlane”, Szczecin-Międzyzdroje 2013.
14. Paczkowska T., Paczkowski W.: *Aspekty budowlane katastrofy energetycznej w rejonie szczecińskim*, XXIV Konferencja Naukowo-Techniczna „Awarie

budowlane”, Szczecin-Międzyzdroje 2009.

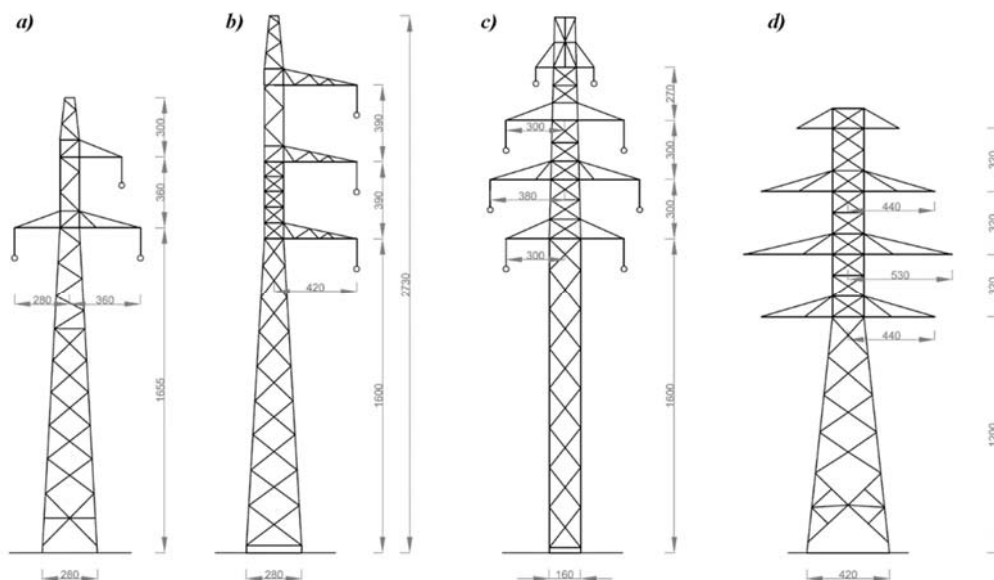
15. Blog Ongeo, <https://blog.ongeo.pl/mapa-linii-energetycznych/> (dostęp: 04.11.2025).
16. Wiatr J., Orzechowski M.: *Poradnik projektanta elektryka*, Wyd. III rozszerzone, DW Medium, Warszawa 2008.
17. PN-EN 50341-1:2013-03 *Elektroenergetyczne linie napowietrzne prądu przemiennego powyżej 1 kV. Część 1: Wymagania ogólne – Specyfikacje wspólne*.
18. N SEP-E-003. Elektroenergetyczne linie napowietrzne. Projektowanie i budowa. Linie prądu przemiennego z przewodami pełnoizolowanymi oraz z przewodami niepełnoizolowanymi.
19. PN-E-05100-1:1998 Elektroenergetyczne linie napowietrzne. Projektowanie i budowa. Linie prądu przemiennego z przewodami roboczymi gołymi (norma wycofana).
20. Laskowski J.: *Poradnik elektroenergetyka przemysłowego*, Wyd. V, SEP COSiW, Warszawa 2004.
21. Żmuda K.: *Elektroenergetyczne układy przesyłowe i rozdzielcze: Wybrane zagadnienia z przykładami*. 3rd ed. Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej; 2016

13. Załącznik 1

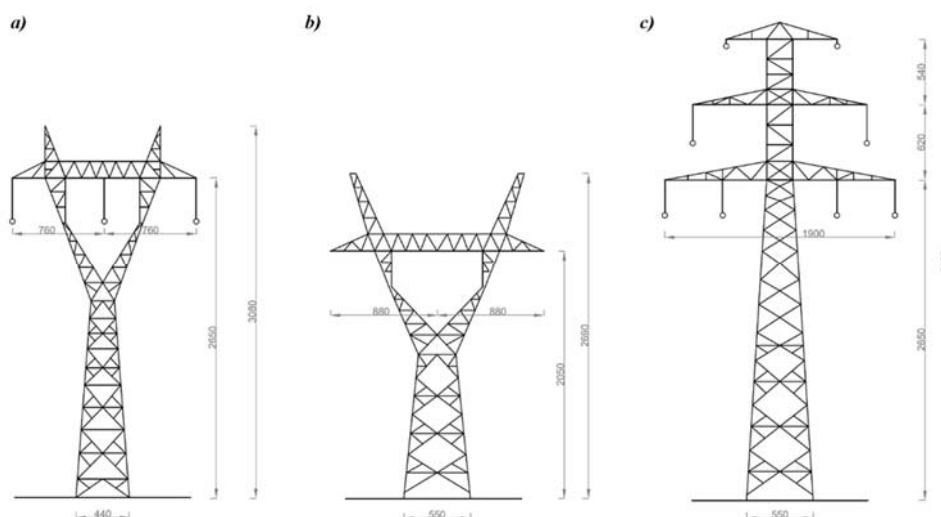
Podstawowe definicje, pojęcia oraz zależności:

Przewód (linii napowietrznej) – drut lub zespół drutów nieizolowanych względem siebie, którego funkcją jest przewodzenie prądu elektrycznego. Podstawowym przewodem linii niskiego napięcia jest goła linka aluminiowa (symbol AL). W latach 90. zaczęto stosować także – w celu uproszczenia budowy linii i ograniczenia liczby zakłóceń – przewody izolowane (AsXS, AsXSn). W liniach średniego, wysokiego i najwyższego napięcia stosuje się zazwyczaj jako przewody robocze linkę stalowo-aluminiową (AFL) o stosunku przekroju aluminium do przekroju rdzenia stalowego 6:1 lub 8:1. Dodatkowo, linie WN i NN chronione są przed wyładowaniami atmosferycznymi przewodami odgromowymi (jednym lub dwoma, zwykle zawieszonymi nad przewodami roboczymi linii). Stosowane są także specjalne przewody odgromowe z wbudowanym światłowodem do celów transmisji danych (OPGW).

Konstrukcje wsporcze linii napowietrznych

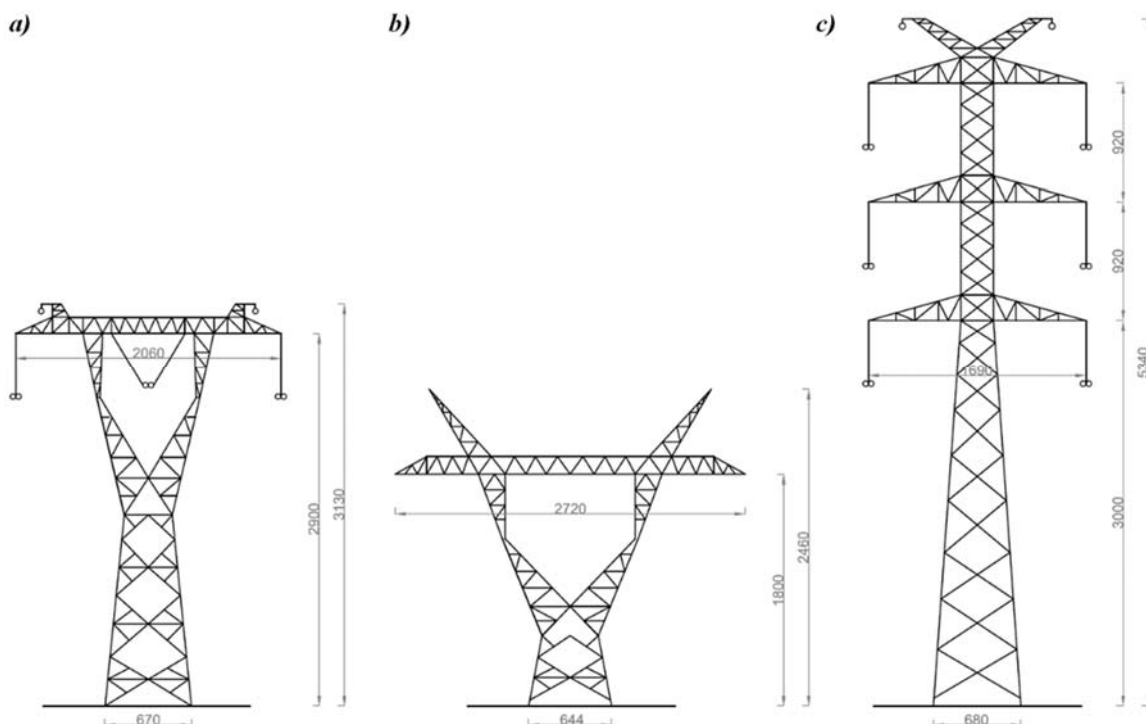


Rys 12.1. Sylwetki słupów linii 110 kV (wymiar w cm): a) seria B2, słup przelotowy; b) seria B2, słup przelotowy leśny; c) seria O24, słup przelotowy; d) seria O24, słup odporowo-narożny [12]

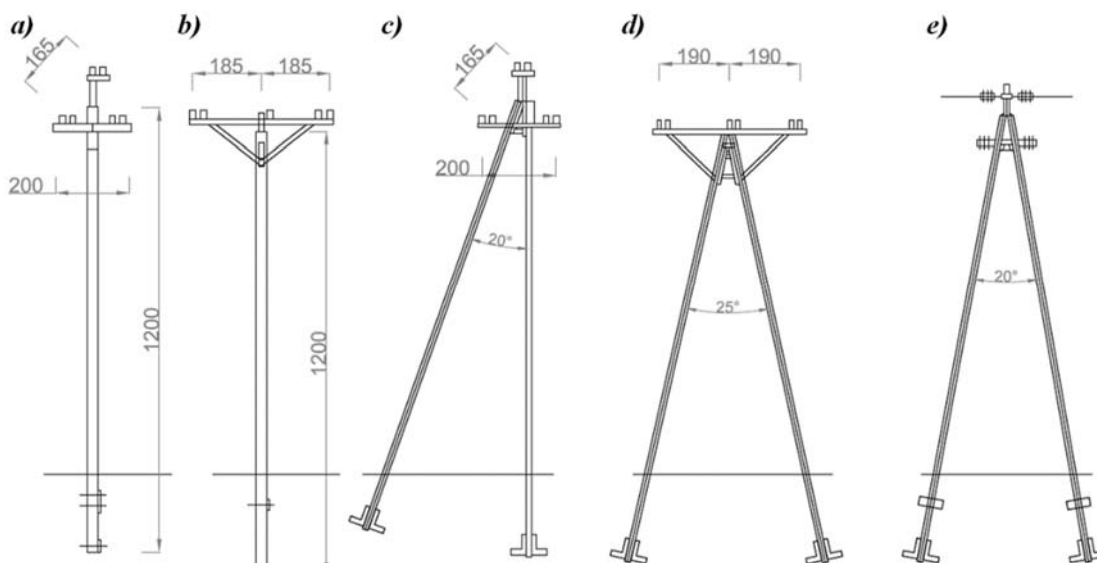


Rys 12.2. Sylwetki słupów linii 220 kV (wymiary w cm): a) seria H52, słup przelotowy; b) seria H52, słup odporowo-narożny; c) seria M52, słup przelotowy [12]

Podstawowym elementem konstrukcyjnym linii napowietrznej są słupy przeznaczone do zawieszania przewodów na określonej wysokości. Przykładowe sylwetki słupów przedstawiono na rysunkach (rys 12.1 – rys 12.4).



Rys 12.3. Sylwetki słupów linii 400 kV (wymiary w cm): a) seria Y52, słup przelotowy; b) seria Y52, słup odporowo-narożny; c) seria Z52, słup przelotowy [12]



Rys 12.4. Sylwetki słupów SN (wymiary w cm): a) słup przelotowy, żerdź ŻN12; b) słup przelotowy, żerdź BSW12; c) słup narożny z podporą; d) słup narożny; e) słup odporowy [12]

Ze względu na funkcje słupy dzieli się na: przelotowe, przelotowo-skrzyżowaniowe, narożne, narożno-skrzyżowaniowe, mocne, odporowe, odporowo-narożne, krańcowe i rozgałęźne. W nowo budowanych liniach nn i SN stosuje się zazwyczaj słupy betonowe (żelbetowe typu ŻN i ŻW oraz strunobetonowe typu BSW i E), a w liniach WN i NN słupy stalowe (kratowe lub rzadziej rurowe).

Sadź – osad śniegu, szronu lub lodu występujący na przewodach linii napowietrznych. Sadź stanowi główny składnik obciążeń, na które projektuje się przewody i konstrukcje wsporcze linii napowietrznych. Wyróżnia się sadź normalną i katastrofalną. Jako sadź katastrofalną przyjęto sadź o ciężarze podwójnym w stosunku do sadzi normalnej (występującej często).



Rys 12.5. Oblodzenie i sadź na przewodach i elementach konstrukcyjnych linii napowietrznych [13,14]

Skrzyżowanie – usytuowanie linii, w którym rzuty prostokątne na płaszczyznę poziomą jakichkolwiek części linii oraz części innego obiektu pokrywają się, przecinają lub ich odległość pozioma jest mniejsza niż określona normą.

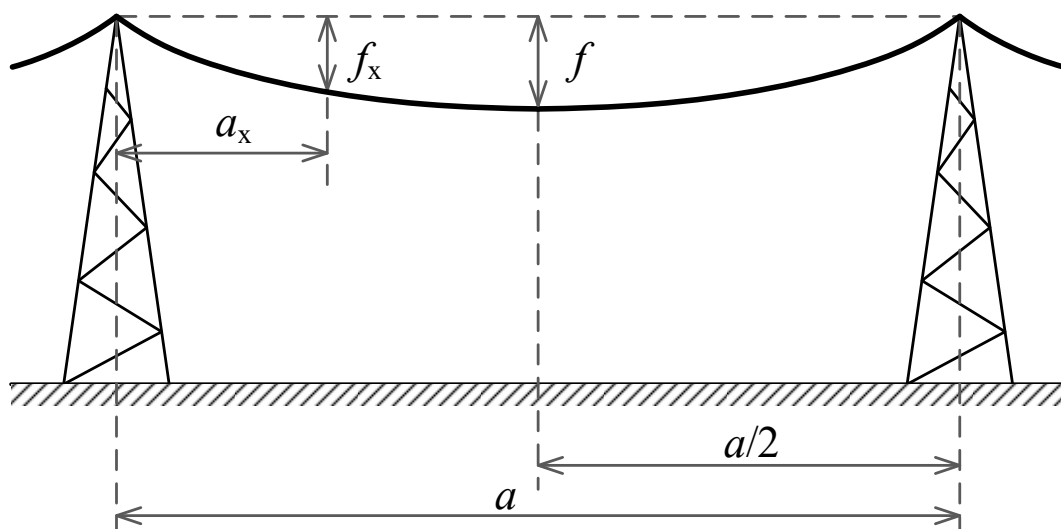


Rys.12.6. Skrzyżowanie linii napowietrznych z drogą i innymi liniami napowietrznymi [5,15]

Zbliżenie – usytuowanie linii, w którym odległość pozioma linii od innego obiektu jest mniejsza od połowy wysokości zawieszenia najwyższej położonego i nieuziemionego przewodu linii.

Obostrzenie linii – dodatkowe wymagania nakładane na odcinek linii wymagający zwiększonego bezpieczeństwa [16]. Obostrzenia dotyczą odcinków linii, które są w zbliżeniu lub krzyżują się z obiektami takimi jak: budynki, ulice i drogi, zbiorniki wodne, inne linie (elektroenergetyczne, telekomunikacyjne, trakcyjne), itp. Wyróżnia się trzy poziomy obostrzeń. Obostrzenia nakładają wymóg zwiększenia pewności mechanicznej konstrukcji linii, co prowadzi do zmniejszenia prawdopodobieństwa zerwania i opadnięcia przewodu.

Przęsło – część linii napowietrznej zawarta między sąsiednimi konstrukcjami wsporczymi (rys 12.7). Przęsłem poziomym (płaskim) nazywa się taki rodzaj przęsła, w którym oba punkty zawieszenia przewodów znajdują się na jednym poziomie. W przęśle ukośnym (pochyłym) punkty zawieszenia przewodów są przesunięte względem siebie w pionie (nie znajdują się na jednym poziomie).



Rys. 12.7. Przęsło płaskie linii napowietrznej (objaśnienia symboli w tekście)

Rozpiętość przęsła (a) – pozioma odległość pomiędzy osiami sąsiednich konstrukcji wsporczych.

Zwis (f) – odległość pionowa między przewodem a prostą łączącą punkty zawieszenia przewodu w środku rozpiętości przęsła.

Swobodnie zawieszony przewód linii układa się (w przybliżeniu) zgodnie z krzywą łańcuchową opisaną równaniem:

$$y = p \cosh \frac{x}{p}$$

gdzie: $p = \sigma/g$ – parametr zwisania; σ – naprężenie przewodu w najniższym punkcie (w N/mm², MPa lub stara jednostka: kG/mm²); g – ciężar jednostkowy przewodu (w N/m·mm², N/m³ lub stara jednostka: kG/m·mm²).

Funkcję ($y = p \cosh \frac{x}{p}$) można rozwinąć w szereg. Dla przęseł o rozpiętości do 400 m wystarczającą dokładność obliczeń uzyskuje się, uwzględniając jedynie dwa pierwsze wyrazy szeregu. W wyniku tego powstaje równanie paraboli o postaci:

$$y = p \left(1 + \frac{x^2}{2p^2} \right) \quad (12.1)$$

Z równania (12.1) można wyznaczyć zależność na zwis f (podawany w m):

$$f = \frac{a^2 g}{8\sigma}$$

Zwis zwiększa się wraz ze wzrostem temperatury przewodu oraz przy dodatkowym obciążeniu. Z tego względu wprowadzono pojęcie tzw. **największego zwisu normalnego**, czyli zwisu występującego w temperaturze granicznej roboczej (+40, +60 lub +80 °C) lub w temperaturze -5 °C i sadzi normalnej. Inną wielkością uwzględnianą w zapisach norm jest także **zwis katastrofalny**, czyli zwis występujący przy obciążeniu przewodu sadią katastrofalną w temperaturze przewodu -5 °C i bezwietrznej pogodzie. Wybrane wymagania norm dotyczące odległości przewodów linii napowietrznej od poziomu ziemi oraz od części budynków zaprezentowano poniżej.

Tab. 12.1. Minimalne zewnętrzne odstępy izolacyjne od powierzchni ziemi na obszarach oddalonych od budynków, dróg i innych obiektów – dotyczy przewodów gołych linii powyżej 1 kV, wg normy PN-EN 50341-1:2013-03 [17].

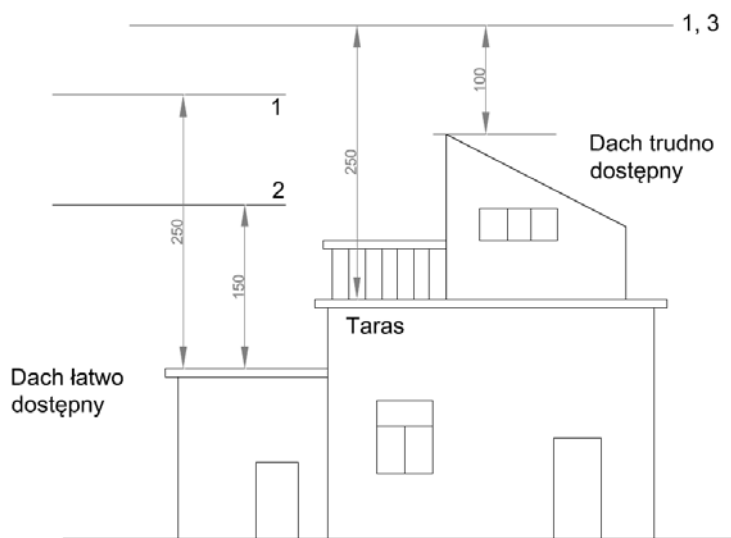
	Odległość od powierzchni ziemi w terenie wiejskim bez zabudowy [m]	
	Normalny profil gruntu	Skały lub strome zbocza
Przypadek obciążeń		
Maksymalna temperatura przewodu	5,0 + D_{el} , ale nie mniej niż 5,6	2,0 + D_{el} , ale nie mniej niż 3,0
Ekstremalne obciążenie oblodzeniem	5,0 + D_{el} , ale nie mniej niż 5,6	2,0 + D_{el} , ale nie mniej niż 3,0
Nominalne obciążenie wiatrem	5,0 + D_{el} , ale nie mniej niż 5,6	2,0 + D_{el} , ale nie mniej niż 3,0
Uwagi	Podstawowe wymaganie jest takie, aby zapewnić możliwości bezpiecznego przemieszczania się pojazdu lub osoby pod linią. Jeżeli ten przypadek nie ma zastosowania (strome zbocze itp.), to odstęp	

	można zmniejszyć, z uwzględnieniem wymagania zachowania bezpieczeństwa publicznego.
D_{el} – minimalny odstęp w powietrzu wymagany w celu zapobieżenia wyładowaniu zupełnemu pomiędzy przewodem fazowym, a obiektami o potencjale ziemi, w czasie przepięć o łagodnym lub stromym czole. Przykładowe wartości D_{el}: 0,16 m (dla linii 15 kV); 1,00 m (dla linii 110 kV); 1,70 m (dla linii 220 kV); 2,80 m (dla linii 220 kV)	

Tab.12.2. Najmniejsze dopuszczalne odległości pionowe przewodów pełnoizolowanych linii poniżej 30 kV od części budynku wg N SEP-E-003 [18].

Lp.	Część budynku lub budowli	Odległości pionowe przewodów [m] linii o napięciu znamionowym	
		$U_N \leq 1 \text{ kV}$	$1 \text{ kV} < U_N \leq 30 \text{ kV}$
1.	Trudno dostępne części budynku	0,2	0,5
2.	Podłoga balkonu, tarasu	2,5	2,5
3.	Łatwo dostępne części budynku (oprócz wymienionych w lp. 2)	1,5	2,5
4.	Krawędź najbardziej zbliżonego elementu drzwi lub balkonu	0,2*	0,5

*Dotyczy przewodów prowadzonych na ścianach budowli



Rys 12.8.. Najmniejsze odległości pionowe od części budynku dla linii do 1 kV wg normy PN-E-05100-1:1998 (wycofanej) [19]: 1 – przewód fazowy goły, 2 – przewód uziemiony, 3 – przewód fazowy izolowany [20].

Przy projektowaniu, w przypadku skrzyżowań, ważna jest nie tylko wartość zwisu, określana w połowie rozpiętości, ale też położenie (odległość pionowa) przewodu w innych punktach przęsła. **Odległość pionową przewodu (f_x)** do punktu zawieszenia w dowolnym miejscu a_x przęsła poziomego (rys 12.7) można wyznaczyć z wzoru:

$$f_x = \frac{4f \cdot a_x (a - a_x)}{a^2}$$

Długość L (w m) przewodu w przęśle poziomym:

$$L = a \left(1 + \frac{a^2 g^2}{24 \sigma^2} \right)$$

Równanie stanów dla przęsła płaskiego określa zależność między naprężeniem przewodu a temperaturą w dwóch różnych stanach (oznaczonych indeksami 1 i 2):

$$\sigma_2 - \frac{a^2 g_2^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_2^2} = \sigma_1 - \frac{a^2 g_1^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_1^2} - \frac{\alpha}{\beta} \cdot (g_2 - g_1)$$

gdzie: g – temperatura (w $^{\circ}\text{C}$); α – współczynnik wydłużalności cieplnej (w $1/^{\circ}\text{C}$); β – współczynnik wydłużenia sprężystego (w mm^2/N lub $1/\text{MPa}$).

Rozpiętość przełomowa przęsła (a_p) – jest to rozpiętość, przy której największe naprężenie przewodu występuje jednocześnie w dwóch stanach obliczeniowych:

I: przy temperaturze -25°C (przyjęta najniższa temperatura w Polsce);

II: przy temperaturze -5°C i sady normalnej.

Rozpiętość przełomową wyznacza się z zależności:

$$a_p = 21,9 \sigma_{obl} \sqrt{\frac{\alpha}{g_{sn}^2 - g^2}}$$

gdzie: σ_{obl} – naprężenie obliczeniowe, równe lub mniejsze niż dopuszczalne; g_{sn} –

ciężar jednostkowy przewodu obciążonego sadią normalną.

- Jeżeli $a < a_p$, to największe naprężenie wystąpi w temperaturze -25°C (w stanie I);
- Jeżeli $a > a_p$, to największe naprężenie wystąpi w temperaturze -5°C i sadi (w stanie II).

Rozpiętość graniczna (a_g) – jest to rozpiętość, dla której przy sadi katastrofalnej naprężenie przewodu osiąga wartość dopuszczalną katastrofalną:

$$a_g = \sigma_{sk} \sigma_{sn} \sqrt{\frac{24\beta(\sigma_{sk} - \sigma_{sn})}{g_{sk}^2 \sigma_{sn}^2 - g_{sn}^2 \sigma_{sk}^2}}$$

gdzie: σ_{sn}, σ_{sk} – naprężenia przewodu obciążonego – odpowiednio – sadią normalną i krytyczną; g_{sk} – ciężar jednostkowy przewodu obciążonego sadią krytyczną.

Temperatura krytyczna (g_{cr}) – to temperatura, przy której zwis przewodu bez sadi jest równy zwisowi w temperaturze -5°C i sadi normalnej.

$$g_{cr} = \frac{\sigma_{sn} \beta}{\alpha} \left(1 - \frac{g}{g_{sn}} \right) - 5$$

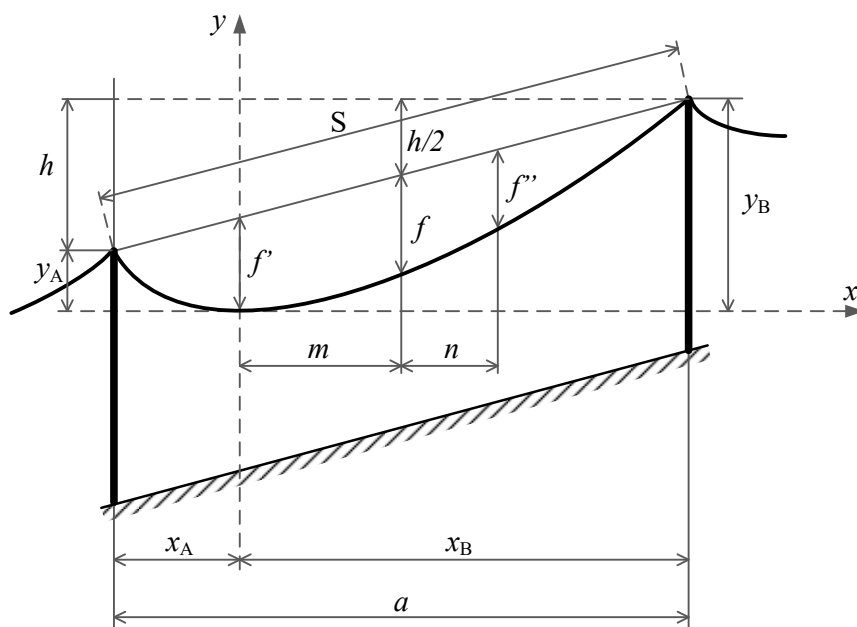
- Jeżeli temperatura g_{cr} jest mniejsza od temperatury granicznej roboczej ($+40, +60$ lub $+80^{\circ}\text{C}$), to największy zwis normalny wystąpi przy temperaturze granicznej roboczej;
- Jeżeli temperatura g_{cr} jest większa od temperatury granicznej roboczej, to największy zwis normalny wystąpi w temperaturze -5°C i sadi normalnej.

Trzy opisane powyżej wielkości (a_p, a_g, g_{cr}) pozwalają ustalić, odpowiednio [12]:

- Rozpiętość przełomową – stan, dla którego należy przyjąć naprężenie dopuszczalne, aby nie zostało ono przekroczone w żadnym z pozostałych stanów;
- Rozpiętość graniczną – rozpiętość przesła, przy której w warunkach katastrofalnych nie zostanie przekroczone dopuszczalne naprężenie katastrofalne;

- Temperaturę krytyczną – stan, w którym wystąpi największy zwis normalny.

W przypadku przęsła pochyłego stosowanie równania paraboli prowadzi do znacznych błędów. Dlatego do określania zwisu i pozostałych charakterystycznych wielkości stosuje się metodę krzywej łańcuchowej. Przęsło pochyłe zostało przedstawione na rys.12.9.



Rys 12.9. Przęsło pochyłe linii napowietrznej (objaśnienia symboli w tekście)

W porównaniu z przęsłem płaskim, przęsło pochyłe wymaga wprowadzenia dodatkowych wielkości, takich jak:

- mimośród m , wyrażający się zależnością:

$$m = \frac{h \cdot \sigma}{a \cdot g}$$

gdzie h – oznacza spad przęsła.

- rozpiętość umyślona a_u , wyrażająca się zależnością:

$$a_u = \sqrt{\frac{2 \cdot a^2}{2 \cdot a^2 + b^2}}$$

Biorąc powyższe pod uwagę, równanie stanu dla przęsła pochyłego wyraża się zależnością:

$$\sigma_2 - \frac{a_u^2 g_2^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_2^2} = \sigma_1 - \frac{a_u^2 g_1^2}{24 \cdot \beta \cdot \sigma_1^2} - \frac{\alpha}{\beta} \cdot (g_2 - g_1)$$

Zwis, w różnych miejscach przęsła oraz w środku przęsła, wyznacza się w oparciu o równanie krzywej łańcuchowej [21]:

$$f = y(x_B) - y(m) - \frac{h}{2}$$

$$f' = y(x_B) - y(m) - \frac{h}{2} \cdot \left(1 + \frac{m}{a/2}\right)$$

$$f'' = y(x_B) - y(m+n) - \frac{h}{2} \cdot \left(1 - \frac{n}{a/2}\right)$$

Długość przewodu w przęsle wyznacza się z zależności:

$$L = \sqrt{h^2 + \left(2 \cdot p \cdot \sinh \frac{a}{2 \cdot p}\right)^2}$$

Współrzędna x_A może być wyznaczona z zależności [21]:

$$x_A = p \cdot \ln \left\{ \frac{p}{L-h} \left[1 - e^{\left(\frac{-a}{p} \right)} \right] \right\}$$

Współrzędna x_B może być wyznaczona z zależności [21]:

$$x_B = a + x_A$$

Mimośród m można wyznaczyć z zależności:

$$m = x_B - \frac{a}{2}$$

W literaturze, m.in. [21], spotyka się również zmodyfikowaną metodę parabol, na podstawie której zwis przewodu wyraża się zależnością:

$$f = \frac{a^2 \cdot g}{8 \cdot \sigma} \sqrt{1 + \left(\frac{h}{a}\right)^2}$$

a długość przewodu w przęśle może być wyznaczona z równania:

$$L = \sqrt{a^2 + h^2} \cdot \left(1 + \frac{a^2}{a^2 + h^2} \cdot \frac{a^2 \cdot g^2}{24 \cdot \sigma^2}\right)$$